

**Observação:** A resolução completa de cada exercício inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

1. A pressão  $P$ , o volume  $V$  e a temperatura  $T$  de um gás ideal estão relacionados pela equação

$$PV = 8,31T,$$

onde  $P$  é medida em quilopascal,  $V$  em litros e  $T$  em kelvin.

- (a) Determine a taxa de variação da pressão quando a temperatura é de 300 kelvin e aumenta a uma taxa de 0,3 kelvin por segundo e o volume é de 100 litros e diminui a uma taxa de 0,2 litros por segundo.
- (b) Qual o erro que se comete no cálculo do pressão, sabendo que o volume foi medido com um erro de 2% e a temperatura com um erro de 1%?
2. Das afirmações seguintes, indique quais são verdadeiras e quais são falsas, justificando convenientemente.

- (a) A função  $\int_0^{\cos x} e^{-t^2} dt$  tem 0 como maximizante local.

- (b) Se a altura de um terreno no ponto de coordenadas  $(x, y)$  é bem modelada pela função

$$f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}(2 - e^{-(x^2+y^2)}),$$

é na direcção e sentido Sul-Norte que, no ponto  $(1, 1)$ , a altura do terreno varia mais rapidamente.

- (c) Se uma função não é derivável num ponto, então não é contínua nesse ponto.

- (d)  $\int_{-1}^1 e^{-st^2} \sin t dt = 0$ , qualquer que seja  $s \in \mathbb{R}$ .

3. Calcule os seguintes integrais:

(a)  $\int_{-1}^0 \frac{x^2}{\sqrt{2-x^3}} dx;$

(b)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \arctan \sqrt{x} dx;$

(c)  $\int_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}(x+3\sqrt{x}+2)} dx$ , com a substituição  $x = t^2$ .

4. Determine, justificando convenientemente a sua resposta, a natureza do seguinte integral

$$\int_{-\infty}^0 \frac{1}{4+x^2} dx.$$

5. Calcule o volume do sólido de revolução gerado pela região limitada pelas curvas  $y = -x^2 + 2$  e  $y = |x|$ , em torno do eixo dos  $xx$ .
- 

Função	Primitiva
$f^m f'$	$\frac{f^{m+1}}{m+1} + C$ ( $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ )
$\frac{f'}{f}$	$\ln  f  + C$
$\frac{f'}{1+f^2}$	$\arctan f + C$