Matemática Computacional Instruções para projecto
Universidade de Coimbra Projecto # 2
Professores Adérito Araújo, Gonçalo Pena e Marta Pascoal 20 de Maio de 2011

O projecto consiste num pequeno relatório de não mais de cinco páginas sobre um assunto. Do relatório não devem fazer parte listagens de programas nem *outputs* directos das execuções dos programas.

Os critérios de avaliação serão os seguintes:

- Descrição do problema (clara e sucinta).
- Identificação dos métodos numéricos envolvidos na resolução (o que pode incluir alguma explicação se o método não foi explicado nas aulas).
- Implementação desses métodos em Matlab.
- Execução dos programas em Matlab em exemplos práticos (poucos mas relevantes).
- Análise dos resultados numéricos obtidos.

O trabalho realizado deve ser submetido por correio electrónico, até ao dia 20 de Junho de 2011, para `MatComp.Testes@gmail.com` na forma de um ficheiro *zipado* com a designação `projectoX.zip` onde `X` deve ser substituído pelo dígito do número do projecto.

O ficheiro zip deve incluir: todos os ficheiros Matlab usados, um ficheiro pdf com o relatório, denominado `relatorioX.pdf`, e um ficheiro ascii, denominado `README`, contendo uma descrição sumária de todos os ficheiros enviados.

Uma matriz $A \in \mathcal{M}(\mathbb{R})$ pode ser factorizada como o produto de uma matriz ortogonal, Q, com uma matriz triangular superior, R. Esta factorização, chamada *factorização QR*, pode ser construída aplicando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt (estudado em Álgebra Linear) às colunas de A. Segundo este processo, podemos reescrever as colunas da matriz A como combinação linear de uma base ortonormada. Essa base usa-se para construir a matriz Q e os coeficientes da combinação linear usam-se para construir R.

a. Faça uma função em Matlab que dada uma matriz A, calcule os factores da factorização QR usando o algoritmo de Gram-Schmidt. A função deve ter a seguinte sintaxe: `function [Q,R] = factQR(A)`.

b. Recorrendo à função anterior, implemente uma nova função que calcule todos os valores próprios segundo o algoritmo descrito na Secção 6.2 dos apontamentos das aulas. Esta função deve admitir como argumentos de entrada

- uma matriz A, da qual queremos calcular os valores próprios
- uma tolerância tol, que deverá estar associada a um critério de paragem adequado
- o número máximo de iterações $nmax$ admitidas

c. Se aplicar o algoritmo anterior à matriz (sem o critério de paragem da tolerância)

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & -4 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

o que acontece à estrutura da matriz das iterações? Qual a relação entre a estrutura dessa matriz e os valores próprios de A?