Matemática Computacional | Instruções para projecto
Universidade de Coimbra | Projecto # 4
Professores Adérito Araújo, Gonçalo Pena e Marta Pascoal | 20 de Maio de 2011

O projecto consiste num pequeno relatório de não mais de cinco páginas sobre um assunto. Do relatório não devem fazer parte listagens de programas nem *outputs* directos das execuções dos programas.

Os critérios de avaliação serão os seguintes:

- Descrição do problema (clara e sucinta).
- Identificação dos métodos numéricos envolvidos na resolução (o que pode incluir alguma explicação se o método não foi explicado nas aulas).
- Implementação desses métodos em Matlab.
- Execução dos programas em Matlab em exemplos práticos (poucos mas relevantes).
- Análise dos resultados numéricos obtidos.

O trabalho realizado deve ser submetido por correio electrónico, até ao dia 20 de Junho de 2011, para `MatComp.Testes@gmail.com` na forma de um ficheiro *zipado* com a designação `projectoX.zip` onde `X` deve ser substituído pelo dígito do número do projecto.

O ficheiro zip deve incluir: todos os ficheiros Matlab usados, um ficheiro pdf com o relatório, denominado `relatorioX.pdf`, e um ficheiro ascii, denominado `README`, contendo uma descrição sumária de todos os ficheiros enviados.

a. Resolva a equação integral

$$\int_0^1 (s^2+t^2)^{1/2} u(t)dt = \frac{(s^2+1)^{3/2} - s^3}{3}$$

no intervalo $[0,1]$ discretizando o integral usando a regra de Simpson composta com n pontos t_j igualmente distanciados, usando o mesmo n para obter os pontos igualmente distanciados s_i. Resolva o sistema linear $Ax = b$ resultante da discretização usando o método da eliminação de Gauss, considerando vários valores de n a variar entre 3 e 15, comparando os resultados com a única solução do sistema, $u(t) = t$. Que valor de n dá os melhores resultados? Pode explicar porquê?

b. Para cada valor de n considerado na alínea anterior, calcule o número de condição da matriz. Como se comporta o número de condição como função de n?

c. Resolva o sistema linear obtido na alínea (a) usando o método da regularização, que consiste em aproximar a solução do sistama linear pela solução do problema de minimização

$$\min_x (\|y - Ax\|_2^2 + \mu \|x\|_2^2),$$

onde o parâmetro μ corresponde ao peso relativo dado à norma do resíduo e à norma da solução. O problema de minimização pode ser visto como um problema de mínimos quadrados associado ao sistema

$$\begin{bmatrix} A \\ \sqrt{\mu} I \end{bmatrix} x \approx \begin{bmatrix} y \\ 0 \end{bmatrix}.$$

d. Para cada valor de μ trace um gráfico onde os eixos coordenados são a norma da solução e a norma do resíduo. Qual a forma da curva obtida à medida que μ varia? Essa forma sugere a existência de um valor óptimo para μ?