

**Observação:** A resolução completa de cada exercício inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

1. A pressão  $P$ , o volume  $V$  e a temperatura  $T$  de um gás ideal estão relacionados pela equação

$$PV = 8,31T,$$

onde  $P$  é medida em quilopascal,  $V$  em litros e  $T$  em kelvin.

- (a) Determine a taxa de variação da pressão quando a temperatura é de 300 kelvin e diminui a uma taxa de 0,2 kelvin por segundo e o volume é de 100 litros e aumenta a uma taxa de 0,1 litros por segundo.
- (b) Qual o erro que se comete no cálculo da pressão, sabendo que o volume foi medido com um erro de 1% e a temperatura com um erro de 2%?
2. Das afirmações seguintes, indique quais são verdadeiras e quais são falsas, justificando convenientemente.

- (a) A função  $\int_0^{\sin x} e^{-t^2} dt$  tem  $\frac{\pi}{2}$  como minimizante local.

- (b) Se a altura de um terreno no ponto de coordenadas  $(x, y)$  é bem modelada pela função

$$f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}(2 - e^{-(x^2+y^2)}),$$

é na direcção e sentido Norte-Sul que, no ponto  $(1, 1)$ , a altura do terreno varia mais rapidamente.

- (c) A equação polinomial  $x^3 - 12x + 1 = 0$  tem três raízes reais.

- (d)  $\int_{-1}^1 e^{-st^2} \sin t dt = 0$ , qualquer que seja  $s \in \mathbb{R}$ .

3. Calcule os seguintes integrais:

(a)  $\int_{-1}^0 \frac{x^2}{\sqrt{2-x^3}} dx;$

(b)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \arctan \sqrt{x} dx;$

(c)  $\int_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}(x+3\sqrt{x}+2)} dx$ , com a substituição  $x = t^2$ .

4. Determine, justificando convenientemente a sua resposta, a natureza do seguinte integral

$$\int_{-\infty}^0 \frac{1}{4+x^2} dx.$$

5. Calcule o volume do sólido de revolução gerado pela região limitada pelas curvas  $y = -x^2 + 3$  e  $y = 2|x|$ , em torno do eixo dos  $xx$ .

Função	Primitiva
$f^m f'$	$\frac{f^{m+1}}{m+1} + C$ ( $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ )
$\frac{f'}{f}$	$\ln  f  + C$
$\frac{f'}{1+f^2}$	$\arctan f + C$