Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Métodos Numéricos para Equações com Derivadas Parciais (2009/2010)

Data de recepção: **22/02/2010** **Ficha 1** Data de entrega: **22/03/2010**

Considere um sólido que ocupa uma região $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, $n = 1, 2, 3$, (aberto, limitado, simplesmente conexo), de fronteira $\partial\Omega$; possui uma determinada condutividade térmica k (J/m ^{o}C s); encontra-se sujeito a uma determinada fonte de calor de radiação q (J/m^3 s) e a uma determinada temperatura imposta ao longo da fronteira $u|_{\partial\Omega} = g$ (^{o}C). Então, a distribuição de temperatura ao longo do sólido (em regime estacionário) obdece ao seguinte problema:

$$\begin{cases} -\mathrm{div}(k\nabla u) = q, & \text{em } \Omega, \\ \\ \quad u|_{\partial\Omega}, & \text{sobre } \partial\Omega, \end{cases}$$

que, no caso de k ser constante (homogeneidade) se reduz a:

$$\begin{cases} -\Delta u = \dfrac{q}{k}, & \text{em } \Omega, \\ \\ \quad u|_{\partial\Omega}, & \text{sobre } \partial\Omega. \end{cases}$$

1. Sendo $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ uma placa rectâncular com 6×5 cm^2 que foi uniformemente aquecida, resolva numericamente o seguinte problema de transmissão de calor em regime estacionário

$$\begin{cases} -\Delta u = \dfrac{q}{k}, & \text{em } \Omega =]0,6[\times]0,5[, \\ \\ u(x,0) = x(6-x), u(x,5) = 0, & 0 \leq x \leq 6, \\ \\ u(0,y) = y(5-y), u(y,6) = 0, & 0 \leq y \leq 5, \end{cases}$$

   considerando $k = 4{,}35$ J/cm ^{o}C s e $q = 6{,}3$ J/cm^3 s.

2. Suponha agora Ω dotado de um orifício quadrado (centrado) de lado 1 cm e que a temperatura no interior do orifício é de -1 ^{o}C. Determine, numericamente, a temperatura no interior da placa.