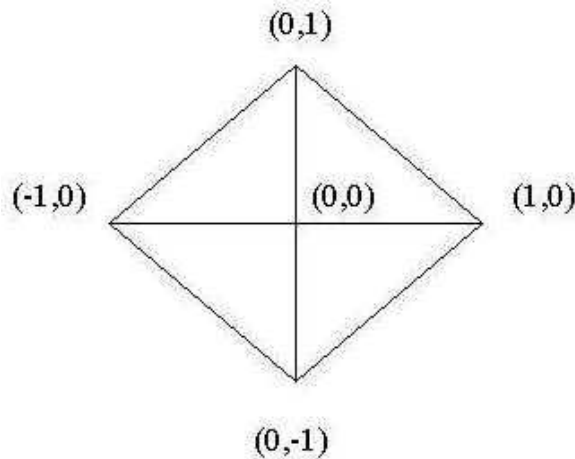


DATA DE ENTREGA: 4 DE MAIO DE 2005

1. Seja u a solução do problema

$$-\Delta u = f, \quad \text{em } \Omega, \quad u = u_{\partial\Omega} \quad \text{em } \partial\Omega,$$

em que Ω é o domínio dado na figura seguinte e $\partial\Omega$ denota a fronteira de Ω .



- (a) Indique um problema variacional associado num enquadramento funcional adequado.
- (b) Averigúe da existência e unicidade do problema variacional indicado na alínea anterior.
- (c) Considere a partição de elementos finitos T_h indicada na figura. Estabeça a matriz de rigidez que permite determinar a solução de elementos finitos.

2. O problema da determinação da distribuição da temperatura num domínio Ω é dado, no caso estacionário, pela equação de Laplace

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x \in \Omega.$$

Considere Ω um quadrado de lado de medida 12 cm dotado de um orifício quadrado (centrado) de lado 6 cm. As condições de fronteira são: a temperatura interior é de -1 grau e a temperatura exterior é $+1$ grau. Determine a temperatura entre as duas fronteiras usando o método dos elementos finitos numa rede uniforme de espaçamento 1 cm. Determine numericamente a ordem de convergência do método na norma euclidiana.