

Nas questões de natureza geométrica, recomenda-se a inclusão de uma figura, que pode ser entregue anexa numa folha de rascunho, usada para o efeito e devidamente identificada.

1. Quatro suspeitos de um crime fizeram as seguintes declarações na esquadra:

André: Foi o Cláudio.

Roberto: Eu não fui.

Cláudio: Foi o Daniel.

Daniel: O Cláudio mentiu quando disse que fui eu.

- (a) Na suposição de que exatamente uma das declarações é verdadeira, determina o criminoso.
- (b) Na suposição de que exatamente uma das declarações é falsa, determina o criminoso.

2. Num triângulo ABC , D é o ponto médio de $[BC]$, o ponto E está sobre o lado $[AC]$ e BE é a bissetriz do ângulo $\angle ABC$. Sabendo que $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 18$ e $\overline{EA} = \overline{ED}$, calcula \overline{AC} .

Sugestão: mostrar que $\sin(\angle BAC) = \sin(\angle BDE)$ e deduzir que os triângulos ABC e DEC são semelhantes.

3. Num torneio com menos do que dez jogadores, cada jogador joga uma vez contra cada um dos outros jogadores, obtendo um ponto por cada vitória e 0 pontos por cada derrota. Não existem empates. Num torneio em particular, exatamente um dos jogadores terminou com um número ímpar de pontos, tendo ficado em quarto lugar. Mostra que tal é possível, e determina o número de vitórias do jogador (em particular, mostra que tal número é único).
4. Foram retirados quatro números pares consecutivos do conjunto $\{1, 2, 3, \dots, n\}$. A média dos restantes elementos é $\frac{825}{16}$. Determina todos os conjuntos possíveis de quatro números pares consecutivos cuja remoção cria esta situação.
5. Determina todos os triplos (a, b, c) de inteiros positivos tais que $a + b + c + 2 = abc$.