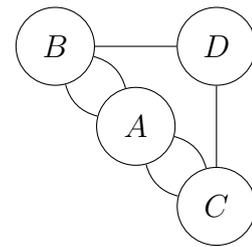
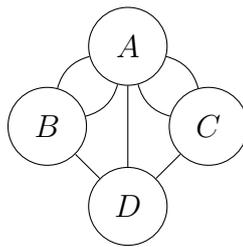
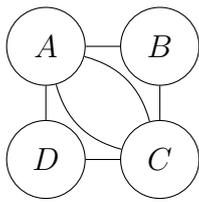


1. Dos grafos seguintes, qual representa também o problema de Königsberg?



2. Não realizar-se, na escola, reuniões de Conselho de turma.

Na tabela que se segue, o símbolo «X» identifica as reuniões que têm professores comuns

Desenha um grafo que substitua a informação dada pela tabela e indica o que representam os vértices e as arestas do grafo.

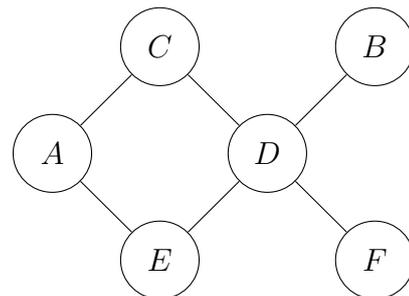
	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
R1	–	X			X		X
R2	X	–	X			X	
R3		X	–	X	X		X
R4			X	–	X		
R5	X		X	X	–	X	X
R6		X			X	–	X
R7	X		X		X	X	–

3. Uma comissão de exames nacionais pretende calendarizar os exames, de modo que os alunos que fazem vários exames não tenham dois exames no mesmo dia. A tabela que se segue mostra-nos os exames que os alunos A, B, C e D têm de realizar.

	Português	Matemática	Desenho A	História	Biologia	Psicologia
A	X	X			X	
B	X			X		X
C	X		X	X		
D	X	X				X

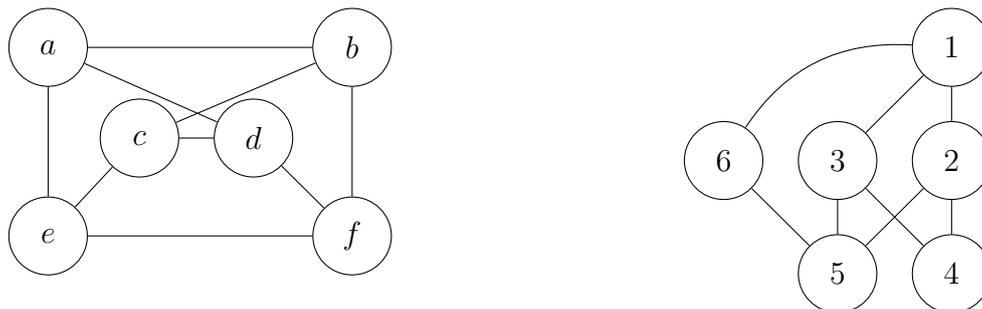
- (a) Desenhe um grafo que sirva de modelo à informação disponível.
- (b) Considerando que é feito um exame por dia, qual é o número mínimo de dias necessários para a realização dos exames evitando sobreposições?

4. Num condomínio fechado há vários contentores destinados à recolha do lixo indiferenciado de origem doméstica, como mostra o grafo ao lado.



- (a) Identifique os vértices e as arestas.
- (b) Será possível encontrar um percurso de recolha que passe uma única vez por cada contentor?

5. Diz, justificando, se os grafos representados a seguir são **isomorfos**.

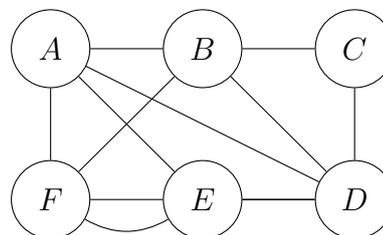


6. Num torneio de ténis participaram 7 jovens. Para construir o mapa de jogos, o treinador elaborou a seguinte tabela:

Jogador	A	B	C	D	E	F	G
Joga com	B, C	A, E	A, E	F, G	B, C	D, G	D, F

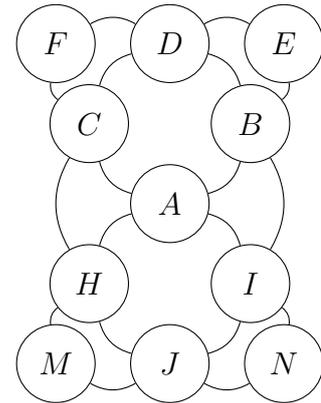
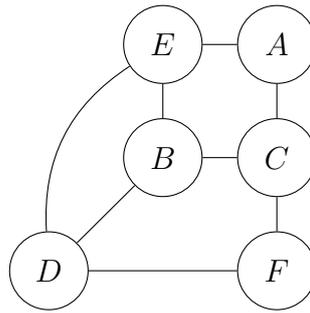
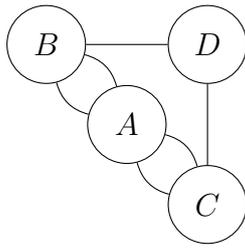
- Elabora o grafo representativo dos jogos a serem disputados.
- Quantos vértices e arestas tem o grafo?
- Quantos jogos vão ser disputados?
- O grafo elaborado em (a) é completo?
- Indica o grau de cada vértice.
- Trata-se de um grafo regular? Porquê?
- Utilizando este grafo, indica um percurso que represente um:
  - Caminho.
  - Circuito.
- Este grafo pode ser considerado conexo? Justifica.
- Supondo que cada um dos jovens podia jogar com qualquer um dos outros, qual o número máximo de jogos que se poderiam realizar?

7. O Sr. Hipólito vai a uma entrevista para um emprego de jardineiro. Nesta entrevista, o futuro patrão apresenta-lhe uma prova, em que pretendia que ele cuidasse de todas as ruas do jardim, cujo grafo se encontra ao lado, sem passar duas vezes pela mesma rua.



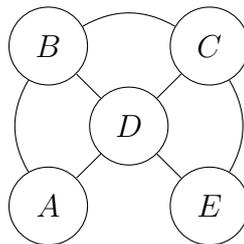
- Será que o Sr. Hipólito conseguiu?
- O patrão propôs o percurso  $FBDCBADEAFEF$ , mas o Sr. Hipólito não ficou contente, porque tinha de passar muitas vezes por  $F$  (onde estava o patrão). Então, propôs um outro percurso:  $BCDABFEAF$ . Desta vez, foi o patrão que não ficou contente. Num pequeno texto, explica porquê.

8. Considere os grafos seguintes?



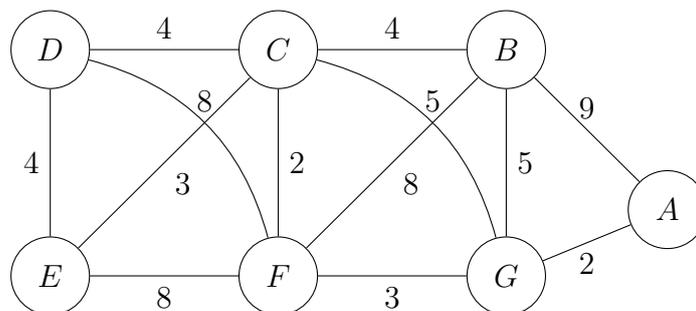
- (a) Identifique, se possível, para cada um deles um trajeto de Euler.
- (b) Descreva como é possível proceder à “eularização” de um trajeto, isto é, transformar um grafo no qual não existe um trajeto de Euler num outro em que tal se verifica.

9. Considere o grafo seguinte:



- (a) Determine o grau de cada vértice do grafo.
- (b) Justifique que este grafo admite um trajeto de Euler, e dê um exemplo concreto de tal trajeto.
- (c) “Eulerize” o grafo, indicando que aresta(s) acrescentou.
- (d) Suponha que  $A, B, C, D$  e  $E$  são localidades. Sabendo que as arestas  $[AB]$ ,  $[BC]$  e  $[CE]$  correspondem a 6, 12 e 8 km, respectivamente, e que, em termos de distância,  $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{BD}$  e  $\overline{CD} = \overline{CE} = \overline{DE}$ , determine um circuito de Hamilton, com início em  $A$ , que corresponda a um percurso mínimo.
- (e) Averigüe se é possível considerar outro circuito de Hamilton, cujo comprimento seja inferior ao indicado na alínea anterior.

10. O esquema abaixo foi feito para projetar a rede de computadores da Biblioteca. Os vértices correspondem a máquinas e as arestas correspondem à possibilidade de ligação entre duas máquinas, juntamente com o correspondente custo de operação (por unidade de tempo) de cada uma. Exige-se da rede que cada computador comunique (direta ou indiretamente) com cada um dos outros computadores sempre a custo mínimo.



Quando viu o esquema, o Diretor da Biblioteca colocou duas questões, a saber:

- Mantendo a disposição relativa das máquinas, seria obrigatório haver cabos de ligação a cruzar-se na sua superfície de implantação?
- A ser verdade que se trata de uma rede bastante segura, não haverá necessidade de haver mais do que uma rota de comunicação entre dois computadores e pode ser utilizada a de menor custo. Quais as ligações que são inúteis?

Estuda com cuidado as perguntas do diretor e faz uma composição, com a terminologia mais adequada, com explicações que sejam compreendidas pelo Diretor e incluindo todos os esquemas necessários para ilustrar bem as respostas que deste.

11. Uma carrinha tem de distribuir os seus cinco ocupantes pelos diversos hotéis a partir do aeroporto. As distâncias estão dadas, em km, na tabela seguinte:

	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_5$
Aeroporto	18	14	17	20	17
$H_1$	-	9	19	21	15
$H_2$	-	-	13	24	22
$H_3$	-	-	-	12	23
$H_4$	-	-	-	-	16

- Representa a informação dada através de um grafo pesado.
  - Apresenta três ciclos hamiltonianos distintos que se possam considerar soluções para o distribuidor de passageiros pelos diversos hotéis a partir do aeroporto. Apresenta o custo de cada um desses ciclos.
  - Encontra o ciclo que seja solução para o condutor da carrinha, usando:
    - o algoritmo do vizinho mais próximo;
    - o algoritmo das arestas ordenadas.
12. Uma pequena companhia pretende ligar por cabo de fibra ótica os edifícios das suas sedes espalhadas por vários quarteirões. Pretende-se garantir o envio de mensagens entre qualquer par de locais. Logo que o cabo esteja colocado, há-de ser possível enviar e receber mensagens para todos os locais via cabo, muito embora nem todos os pares de sítios estejam diretamente ligados. Os locais estão representados por letras e os números representam os custos em milhares de euros da instalação do cabo onde é possível. A tabela indica quais as ligações possíveis.

	a	b	c	d	e	f
a		2			5	18
b	2		6	3	1	
c		6		16		
d		3	16		9	4
e	5	1		9		20
f	18			4	20	

- (a) Modela a situação através de um grafo pesado.
- (b) Dá exemplos de duas instalações diferentes que satisfaçam às necessidades da companhia de ter as suas sedes ligadas por cabo de fibra ótica.
- (c) Procura a instalação mais económica para os objetivos pretendidos. No grafo, assinala as arestas que te permitem obter a instalação mais económica. Estuda cuidadosamente a situação desta companhia, inteira-te dos objetivos desta ligação entre os edifícios das suas sedes e redige uma composição defendendo a melhor solução e explicando o motivo pelo qual há muitas ligações entre os edifícios que se podem não usar.
13. Na tabela seguinte encontram-se as tarefas, o tempo de realização e as precedências para um projeto de construção de uma casa de apoio a um parque infantil de uma urbanização.

Tarefa	Tempo e Realização	Precedências
Movimento da Terra (T)	3 dias	nenhum
Fundações (F)	4 dias	T
Estrutura (E)	16 dias	F
Rede Elétrica (El)	10 dias	E
Rede de Água (A)	6 dias	E
Acabamentos Exteriores (Ex)	13 dias	E
Acabamentos Interiores (I)	11 dias	E,A
Arranjos Paisagísticos (P)	7 dias	Ex

- (a) Represente o projeto através de um digrafo.
- (b) Quantos caminhos existem desde o vértice “Início” até ao vértice “Fim”? Determine os seus comprimentos.
- (c) Determine um caminho crítico.
- (d) Qual o tempo mínimo necessário à conclusão deste projeto?
- (e) Com as tarefas envolvidas neste projeto, vários atrasos podem ocorrer. Para cada um dos atrasos especificados na alíneas **i.** a **iv.**, descreva os efeitos provocados no tempo necessário para concluir a obra:
- i.** dois dias de atraso nas fundações.
  - ii.** dois dias de atraso na rede de águas.
  - iii.** um dia de atraso nos arranjos paisagísticos.
  - iv.** dois dias de atraso nos arranjos paisagísticos.