

NOTA SOBRE A HISTÓRIA DA CARTA DE MERCATOR

João Filipe Queiró

CMUC e Departamento de Matemática
Universidade de Coimbra
e-mail: jfqueiro@mat.uc.pt

É bem sabido que as linhas de rumo — as curvas sobre o globo terrestre que fazem um ângulo constante com os meridianos — foram analisadas pela primeira vez por Pedro Nunes nos tratados sobre navegação publicados em 1537. O interesse para a navegação das linhas de rumo, que Pedro Nunes distingue dos círculos máximos, é óbvio. E é claro que é importante dispor de cartas em que essas linhas sejam representadas por segmentos de recta. Também esta observação foi feita por Pedro Nunes, que esboça um processo de construção de cartas que satisfaçam esse requisito, e ambos os temas foram retomados com mais pormenor nas versões latinas dos tratados publicadas em 1566 [4].

O primeiro exemplo conhecido de uma carta satisfazendo o requisito mencionado — representar as linhas de rumo por rectas — é a carta *ad usum navigantium* de Mercator, de 1569. A técnica usada pelo flamengo para traçar a sua carta constituiu durante muito tempo um enigma histórico. Mas, de facto, as perguntas sobre a história da carta de Mercator são duas:

- 1 - Como traçou Mercator a sua carta?
- 2 - O que se passou desde a ideia inicial de Pedro Nunes?

Quanto à primeira pergunta, várias possibilidades foram propostas desde o século XIX. No seu livro [1], Raymond D'Hollander examina 14 métodos hipotéticos, propostos entre 1889 e 2003.

O enigma pode estar resolvido. Em dois artigos recentes muito interessantes [2, 3], Henrique Leitão e Joaquim Alves Gaspar apresentaram o que provavelmente será a resposta definitiva à questão: Mercator traçou a sua carta utilizando um método gráfico baseado numa tabela de rumos, isto é, uma tabela contendo as coordenadas de pontos sobre linhas de rumo.

A persistência, durante tanto tempo, da dúvida sobre a técnica de Mercator levanta um curioso paradoxo. Precisamente porque essa técnica nunca foi compreendida até agora, é bem possível que nenhum cartógrafo, excepto o próprio autor flamengo, alguma vez a tenha usado para traçar cartas de Mercator, que se tornaram comuns a partir do século XVII. A probabilidade

de que isto foi assim aumenta com a simples observação de que vários autores, a começar por Edward Wright no fim do século XVI, apresentaram clara e explicitamente os princípios matemáticos (por oposição a métodos gráficos) subjacentes à construção da carta.

Isto mostra que a segunda pergunta é diferente da primeira. A história da carta de Mercator, entendida como a sequência de passos que conduziram à solução usando o novo cálculo diferencial e integral no final do século XVII, torna-se então independente do processo específico usado por Mercator e finalmente identificado em [2, 3]. A carta de Mercator faz parte da história. Em certo sentido, o processo que ele utilizou não faz, uma vez que só foi compreendido em 2014 e não teve influência nos desenvolvimentos posteriores a 1569.

O que aqui afirmo — como fiz noutras ocasiões [5, 6, 7] — é que essa história começa com Pedro Nunes, em 1537, mas de forma desenvolvida sobretudo nas suas *Opera* de 1566 [4]. Neste segundo trabalho, Pedro Nunes é muito claro na explicação do que são linhas de rumo, descreve um método matemático rigoroso para construir tabelas de rumos e é mais preciso do que em 1537 quanto ao processo de construção de cartas que satisfaçam o requisito de representar as linhas de rumo por rectas.

Em relação a este último aspecto a citação fundamental ([4], p. 299) é a seguinte (destaques meus):

*“De todas as formas usadas por Ptolemeu para representar o orbe no plano, parece-nos o mais adequado para a arte de navegar o método que emprega para traçar as tábuas particulares das regiões, em que se guarda a proporção do meridiano ao paralelo médio. Nestas [tábuas], porque os meridianos são paralelos uns aos outros, qualquer linha recta que sobre eles seja traçada faz sempre ângulos iguais com eles. É preciso, porém, **que os paralelos extremos não distem muito uns dos outros. Deve colocar-se em cada tábua a totalidade da longitude do orbe**”*

O que significa “guardar a proporção do meridiano ao paralelo médio”? Fixemos dois meridianos. Para cada latitude φ , o comprimento da parte do paralelo de latitude φ compreendida entre os dois meridianos é igual ao comprimento da correspondente parte no equador multiplicado por $\cos \varphi$. Portanto, numa carta em que os meridianos sejam representados por rectas verticais, o paralelo de latitude φ — onde se medem os graus de longitude

— deve ser multiplicado por um factor de “dilatação horizontal” igual a $\frac{1}{\cos \varphi}$. Para se manter a proporção entre os graus de latitude e os graus de longitude — a propriedade que garantirá a representação das linhas de rumo por rectas — é preciso aplicar aos graus de latitude um igual factor de “dilatação vertical”

Olhemos agora para a porção da superfície do globo delimitada pelos dois meridianos e pelos paralelos de latitudes $\varphi - \varepsilon$ e $\varphi + \varepsilon$. O que Pedro Nunes propõe é que essa porção de superfície seja representada, na carta, pelo rectângulo em que os lados horizontais provenham da diferença de longitude entre os meridianos fixados e os lados verticais sejam afectados pelo factor de dilatação vertical correspondente à latitude do paralelo médio, isto é, na nossa linguagem, $\sec \varphi$.

Logo, como a dilatação dos graus de latitude é cumulativa à medida que as latitudes aumentam, para construir uma carta, na passagem das coordenadas longitude-latitude para as coordenadas do plano, $(\lambda, \varphi) \mapsto (x, y)$, deve fazer-se

$$x = \lambda, \quad y = \sum_0^{\varphi} \sec t_i \cdot \Delta t_i$$

Para que “os paralelos extremos não distem muito uns dos outros”, as diferenças Δt_i devem ser pequenas. Esta frase e a relativa à “totalidade da longitude do orbe” são significativas, tornando claro o que Pedro Nunes tinha em mente. Daqui para a carta de Mercator é um pequeno passo.

Esta é a interpretação da proposta de Pedro Nunes. Não se conhece nenhuma carta traçada por ele, usando este ou qualquer outro método.

O primeiro autor a tornar completamente explícito este processo de construção de cartas náuticas (e apresentando um exemplo com parte do Atlântico Norte) foi o inglês Edward Wright, em 1599 [8]. Wright cita várias vezes os tratados de 1566 de Pedro Nunes na análise da carta, embora não refira a proposta cartográfica. Nas tabelas com os valores de $\sum \sec t_i \cdot \Delta t_i$, Wright usa diferenças de latitude de 10 minutos de grau. Numa segunda edição do seu livro, em 1610, usa diferenças de um minuto de grau.

Após a criação do cálculo, claro que se passou a usar $y = \int_0^{\varphi} \sec t \, dt$.

Várias fontes canónicas sobre história da cartografia omitem o nome de Pedro Nunes. Mesmo em Portugal há alguma resistência a reconhecer a contribuição de 1566, primeiro por não se conhecer nenhuma carta de Pedro Nunes e depois porque o interesse prático da “carta de Mercator” demorou muito tempo a impor-se.

Referências

- [1] Raymond D'Hollander, *Loxodromie et projection de Mercator*, Institut océanographique, Paris, 2005.
- [2] Joaquim Alves Gaspar e Henrique Leitão, “Squaring the circle: how Mercator constructed his projection in 1569”, *Imago Mundi*, Vol. 66 (2014), pp. 1-24.
- [3] Henrique Leitão e Joaquim Alves Gaspar, “Globes, rhumb tables, and the pre-history of the Mercator projection”, *Imago Mundi*, Vol. 66 (2014), pp. 180-195.
- [4] Pedro Nunes, *De arte atque ratione navigandi*, Obras - Volume IV, Academia das Ciências e Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2008.
- [5] João Filipe Queiró, Nota de apresentação a *Petri Nonii Salaciensis Opera*, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra, 2002.
- [6] João Filipe Queiró, “Proposta cartográfica de Pedro Nunes em 1566”, *Boletim da SPM*, n.º 65 - Supl. (2011), pp. 23-25.
- [7] João Filipe Queiró, “Uma proposta cartográfica de Pedro Nunes”, in *António Estácio dos Reis: Marinheiro por Vocação e Historiador com Devoção. Estudos de Homenagem (coord. Jorge Semedo de Matos)*, Lisboa, Comissão Cultural de Marinha, 2012, pp. 161-166.
- [8] Edward Wright, *Certain Errors in Navigation*, Valentine Sims, Londres, 1599.