

## Introdução à Álgebra Linear

Ana Paula Santana e João Filipe Queiró  
Gradiva, 2010

---

### Resolução do exercício 5 da Secção 2.2

Designemos por  $r$  a característica de  $A$ .

Seja  $Ux = c$  o sistema que se obtém de  $Ax = b$  aplicando-lhe o algoritmo de eliminação de Gauss. Como sabemos,  $Ax = b$  é possível se e só se  $Ux = c$  for possível.

Analisemos agora o sistema  $Ux = c$ . A matriz  $U$  é uma matriz em escada, com  $r$  pivots, e portanto as suas últimas  $m-r$  linhas são nulas. Então o sistema  $Ux = c$  é possível se e só se os últimos  $m-r$  elementos de  $c$  forem iguais a zero. Isto é equivalente a dizer, designando por  $U'$  a matriz  $m \times (n+1)$  que se obtém juntando a  $U$  a coluna  $c$ , que a característica de  $U'$  é também  $r$ .

Como  $U'$  é a matriz se obtém de  $A'$  aplicando-lhe o algoritmo de eliminação de Gauss, temos  $\text{car}(U') = \text{car}(A')$ , o que termina a demonstração do resultado desejado.