Matemática Computacional - TP2

Aula 1 - 13/02/2014

1. Dado um número inteiro positivo n, apliquemos-lhe o seguinte procedimento:

   - se n é par, dividimo-lo por dois;
   - se n é impar, multiplicamo-lo por 3 e somamos um.

   Repetimos indefinidamente parando apenas se chegarmos ao número um. O número de passos que demoramos a atingir um é denotado por `collatz(n)`. A *conjectura de Collatz*, proposta por Lothar Collatz em 1937, sugere que `collatz(n)` é sempre finito, ou seja, que o procedimento acaba sempre por parar. A conjectura foi verificada experimentalmente até 5×2^{60}, mas o problema continua em aberto.

   (a) Programa a função `collatz(n)`, que recebe como input um inteiro n e devolve o número de passos que a sequência demora a atingir 1.

   (b) Programa a função `collatz_graf(n)`, que recebe como input um inteiro n e desenha o gráfico valores sucessivos da sequência que começa em n até atingir 1.

   (c) Faz um gráfico dos valores de `collatz(n)` com n a variar de 1 a 10000.

2. Dada uma matriz A quadrada n por n, uma forma de reduzir o problema de calcular o seu determinante ao de calcular determinantes de matrizes $(n-1) \times (n-1)$ é dada pela *expansão de Laplace* aplicada à primeira linha, que nos diz que

$$\det(A) = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{1+i} A_{1,i} \det(B_{1,i})$$

   onde $B_{1,i}$ é a matriz obtida a partir de A apagando a primeira linha e a coluna i.

   (a) Implementa uma função recursiva `determinante(A)` que calcule recursivamente o determinante de uma matriz A usando a fórmula indicada acima.

   (b) Gera uma matriz aleatória 6×6 e compara o tempo que a função `determinante(A)` demora a calcular o seu determinante com o tempo que demora a função `det(A)` pré-definida no matlab. O que acontece quando aumentas o tamnho da matriz?