

Teste 1**Nome do aluno:**

1. Indique qual das duas expressões seguintes é consequência da outra e apresente uma interpretação que as torne não equivalentes:

$$(\forall x) (p(x) \vee r(x)) \quad \text{e} \quad (\forall x p(x)) \vee (\forall x r(x)).$$

2. (a) Prove que, para um subconjunto qualquer A de um conjunto X , se tem

$$\mathcal{P}(A^c) \subseteq \{\emptyset\} \cup (\mathcal{P}(A))^c.$$

- (b) Prove que, caso X tenha pelo menos dois elementos, então existe um subconjunto A de X tal que a inclusão acima é estrita.

3. Considere a função $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, com $f(n) = 2n - 1$.

(a) f é uma função injectiva?

(b) É sobrejectiva?

(c) Seja $X = \{n \in \mathbb{N}; n \leq 1000\}$. Calcule $f(X)$.

(d) Calcule $f^{-1}(Y)$, para $Y = \{n \in \mathbb{N}; n \text{ é par}\}$.