Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Análise Infinitesimal I

Ano lectivo 2004/05 — 17 de Dezembro de 2004

Teste 3 **Nome do aluno:**

1. Estude o domínio e a continuidade da função definida por $f(x) = \begin{cases} \arccos x & \text{se } x \leq 0 \\ \dfrac{\log(1+x)}{x \cosh x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$

2. Usando o Teorema do Valor Médio de Cauchy, mostre que, para todo o número real $x > 0$, existe um número real $c \in]0, x[$ tal que $\dfrac{\sinh x}{\sin x} = \dfrac{\cosh c}{\cos c}$.

3. Deduza a Fórmula de Taylor de ordem 3, com Resto de Lagrange, no ponto $a = 0$, da função $x\, e^x$.

4. Diga quais das afirmações seguintes são falsas e para essas apresente contra-exemplos.

   (a) Se a função $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ for contínua e existir $c \in]a, b[$ tal que $f(c) = 0$ então $f(a)f(b) < 0$.

   (b) Seja $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ uma função contínua (em $[a, b]$) e derivável em $]a, b[$. Se existir $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = 0$, então f tem um extremo local em c.

   (c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua (em $[a, b]$) e derivável em $]a, b[$ e, para todo o $x \in]a, b[$, $f'(x) > 0$, então f é crescente em $[a, b]$.

   (d) Sejam $f, g :]a, b[\to \mathbb{R}$ funções deriváveis tais que g não se anula em $]a, b[$ e existe $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$. Então $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$.