

CAPÍTULO I: Fundamentos

1. Qual o valor de verdade de cada uma das seguintes proposições?

- (a) 8 é par ou 6 é ímpar. (b) 8 é par e 6 é ímpar.
(c) 8 é ímpar e 6 é ímpar. (d) 8 é par ou 6 é par.

2. Quais das seguintes frases são a negação à proposição apresentada?

Proposição 1: Os pepinos são verdes e têm sementes.

- (a) Os pepinos não são verdes e não têm sementes.
(b) Os pepinos não são verdes ou não têm sementes.
(c) Os pepinos são verdes e não têm sementes.

Proposição 2: Tem-se $2 < 7$ ou 3 é ímpar.

- (a) Tem-se $2 > 7$ e 3 é par. (b) Tem-se $2 \geq 7$ e 3 é par.
(c) Tem-se $2 \geq 7$ ou 3 é ímpar. (d) Tem-se $2 \geq 7$ ou 3 é par.

3. Construa e compare as tabelas de verdade para as seguintes expressões:

- (a) $p \vee \sim p$ (b) $p \wedge \sim p$ (c) $\sim (p \wedge q)$
(d) $\sim p \vee \sim q$ (e) $p \wedge (q \vee r)$ (f) $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

4. Qual o valor de verdade de cada uma das seguintes proposições?

- (a) Se 8 for ímpar então 6 é ímpar. (b) Se 8 for par então 6 é ímpar.
(c) Se 8 for ímpar então 6 é par. (d) Se 8 for ímpar e 6 for par então $8 < 6$.

5. Escreva a recíproca, negação e contra-recíproca de cada uma das seguintes expressões:

- (a) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ (b) $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ (c) $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$.

6. Escreva o recíproco, o contra-recíproco e a negação das seguintes frases:

- (a) Se chove então há nuvens no céu.
(b) Se 229 é primo então Roma é a capital de França.

7. Escreva cada uma das frases na forma de implicação $p \Rightarrow q$.

- (a) Se comeres demasiado bolo ficas mal disposto.
(b) Continua a comer bolo e arrepender-te-ás.
(c) Sai ou chamo a polícia.
(d) Vou-me embora se não pararem de falar.

8. Determine o antecedente e o conseqüente de cada uma das seguintes proposiçöes:

- (a) Um aumento significativo no poder dos computadores é uma condiçäo necessária para futuros avanços tecnológicos.
- (b) Serão introduzidos erros se efectuarmos uma modificaçäo neste programa.
- (c) Para poupar combustível é preciso instalar um bom isolamento térmico, assim como janelas duplas.

9. Construa tabelas de verdade para as seguintes expressöes:

- (a) $p \wedge \sim (\sim p \vee \sim q)$
- (b) $p \wedge q \Rightarrow \sim p$
- (c) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \vee r) \Rightarrow (q \vee r)]$
- (d) $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
- (e) $p \wedge q \Leftrightarrow \sim q \vee \sim p$
- (f) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$
- (g) $((p \vee q) \wedge \sim r) \Rightarrow \sim p \vee r$
- (h) $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$
- (i) $(p \vee \sim p) \Rightarrow (q \wedge \sim q)$
- (j) $[\sim q \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow \sim p$
- (k) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$
- (l) $\sim ((p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim r)$
- (m) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r$
- (n) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$
- (o) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$.

10. Sem construir tabelas de verdade, verifique que as seguintes expressöes são tautologias:

- (a) $(p \vee \sim r) \wedge [(p \vee \sim r) \Rightarrow (q \wedge r)] \Rightarrow (q \wedge r)$
- (b) $[(p \vee \sim r) \wedge (q \Rightarrow (\sim p \wedge r))] \Rightarrow \sim q$

*11. Prove que uma expressäo não contendo conectivos lógicos além de \Leftrightarrow é uma tautologia se e só se cada variável (letra) aparece um número par de vezes.

12. Analise a validade dos seguintes argumentos:

- (a) Se hoje for segunda-feira amanhã será terça-feira. Mas hoje não é segunda-feira, logo, amanhã não é terça.
- (b) Hoje é segunda ou terça-feira. Mas hoje não é segunda. Então hoje é terça-feira.
- (c) Sendo $p \Rightarrow q$ uma tautologia para que $q \Rightarrow p$ seja uma tautologia é necessário e suficiente que $p \Leftrightarrow q$ seja uma tautologia. Sabendo que $p \Rightarrow q$ é uma tautologia e $p \Leftrightarrow q$ não é uma tautologia então $q \Rightarrow p$ não é uma tautologia.

13. Num certo país cada habitante é um amante da verdade ou é um amante da mentira e, como tal, diz sempre a verdade ou diz sempre a mentira. Ao viajar neste país encontrei o Pedro e o Luís. O Pedro disse-me: “Se eu for um amante da verdade então o Luís é um amante da verdade.” Será Pedro um amante da verdade ou da mentira? E o Luís?

- 14. (a) Sendo $p \Leftrightarrow q$ uma proposiçäo verdadeira, o que pode afirmar relativamente ao valor de verdade de $p \Leftrightarrow \sim q$ e $\sim p \Leftrightarrow q$?
- (b) Supondo agora que $p \Leftrightarrow q$ é falso, o que pode afirmar relativamente ao valor de verdade de $p \Leftrightarrow \sim q$ e $\sim p \Leftrightarrow q$?
- (c) Sendo $p \Rightarrow q$ uma proposiçäo verdadeira, o que pode afirmar relativamente ao valor de verdade de $\sim p \wedge q \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$?

*15. (a) Noutro país há, além dos amantes da verdade e da mentira, pessoas normais que mentem só de vez em quando. Ao encontrar um grupo com uma pessoa de cada tipo dizem-me:

Antönio: “Sou normal”. Bruno: “Isso é verdade”. Cristiano: “Eu não sou normal”.
Que podemos concluir?

- (b) No mesmo país encontro o Diogo, que diz ao Eugénio: “Tu dizes mais vezes a verdade do que eu”, que responde: “Isso não é verdade”. Podemos concluir alguma coisa?