

O primeiro grupo de questões é de escolha múltipla; uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída e uma resposta errada perderá metade dessa cotação (desde que a nota do teste permaneça não negativa).

1. Em cada uma das alíneas seguintes indique o valor lógico das afirmações:

(**V**: verdadeira; **F**: falsa)

**V**   **F**

(a) As unidades do *anel dos inteiros de Gauss*  $\mathbb{Z}[i] = \{a + ib \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$  são  $\{1, -1, i, -i\}$ .

--	--

(b) A *lei do corte para o produto* é válida em qualquer domínio de integridade.

--	--

(c) Todo o anel finito é comutativo.

--	--

(d)  $\mathbb{N}$  é um subanel de  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ .

--	--

(e)  $\mathbb{Z}/\langle 12 \rangle$  é um corpo.

--	--

(f)  $\{f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \mid f(7) = 0\}$  é um ideal primo do anel  $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}}, +, \cdot)$  das funções reais de variável real.

--	--

2. Seja  $A$  um anel arbitrário com identidade 1.

(a) Prove que em  $A$ ,  $1 = 1^{-1}$ .

(b) A equação  $a + x = b$  ( $a, b \in A$ ) tem exactamente uma solução em  $A$ . O que é que pode dizer sobre a equação  $ax = b$ ? E sobre a equação  $x = -x$ ?