Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra **Álgebra II**

Duração: 20m **Teste 1D** 28/09/05

O primeiro grupo de questões é de escolha múltipla; uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída e uma resposta errada perderá metade dessa cotação (desde que a nota do teste permaneça não negativa).

---

1. Indique quais dos seguintes conjuntos são subanéis ou ideais dos anéis indicados colocando, em cada alínea, uma cruz na coluna correcta.

   (**N**: **não** é um subanel; **S**: **é** um subanel mas **não** é um ideal; **I**: **é** um ideal) **N S I**

   (a) O conjunto $\mathbb{N}$ dos números naturais em $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$. ☐☐☐

   (b) O conjunto $\mathbb{Z}$ dos números inteiros em $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$. ☐☐☐

   (c) O conjunto dos números da forma $2ai$, com $a \in \mathbb{R}$, em $(\mathbb{C}, +, \cdot)$. ☐☐☐

   (d) O conjunto $\{f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \mid f(4) = 0\}$ no anel $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}}, +, \cdot)$ das funções reais de variável real. ☐☐☐

   Em cada uma das alíneas seguintes indique o valor lógico das afirmações:

   (**V**: verdadeira; **F**: falsa) **V F**

   (e) Num anel arbitrário A, $a^2 = 1$ implica $a = 1$ ou $a = -1$. ☐☐

   (f) Para qualquer elemento $a \neq 0$ num anel arbitrário A, se $a^n = 0$ para algum $n \in \mathbb{N}$, então a é um divisor de zero. ☐☐

2. Seja A um anel sem divisores de zero. Para as afirmações seguintes, escreva uma prova se a afirmação é verdadeira, senão apresente um contra-exemplo:

   (a) $-1 \neq 1$.

   (b) $ab = 1$ se e só se $ba = 1$.
