Duração: 40m **Teste 2** 08/11/06

Os dois primeiros grupos de questões são de escolha múltipla; uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída e uma resposta errada perderá metade dessa cotação (desde que a nota do teste permaneça não negativa).

---

1. Em cada uma das alíneas seguintes indique o valor lógico das afirmações:

   (**V**: verdadeira; **F**: falsa) **V** **F**

   (a) Seja A um anel. Então um polinómio $p(x) \in A[x]$ de grau n não pode ter mais do que n raízes.

   (b) Em $\mathbb{Z}_5[x]$, $\mathrm{mdc}(x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1, x^3 + 3x^2 + x + 3) = x^2 + 1$.

   (c) Se $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ é um polinómio mónico, então qualquer raiz racional de $p(x)$ é inteira.

   (d) Se D é um domínio de integridade, um polinómio redutível de $D[x]$ tem necessariamente raízes em D.

2. Indique quais dos seguintes polinómios são irredutíveis sobre o anel indicado colocando, em cada alínea, uma cruz na coluna correcta:

   (**S**: **é** irredutível; **N**: **não é** irredutível) **S** **N**

   (a) $p(x) = 2x^{50} - x^{49} + 18x^5 - 9x^4 + 6x - 3,\ A = \mathbb{Q}$.

   (b) $p(x) = 3x + 6,\ A = \mathbb{Z}$.

3. Sendo $I = \langle x^2 + x + 1 \rangle$, considere o anel quociente $A = \mathbb{Z}_2[x]/I$.

   (a) A é um corpo?

   (b) Qual é o inverso de $x^3 + I$?

   (c) Determine os elementos de A e as respectivas tabelas da adição e multiplicação.
