Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra **Corpos e Equações Algébricas**

Duração: 45m **Teste 2** 14/04/08

NOME DO ALUNO: ______________________________

O primeiro grupo de questões é de escolha múltipla; uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída e uma resposta errada perderá metade dessa cotação (desde que a nota do teste permaneça não negativa).

---

1. Em cada uma das alíneas seguintes indique o valor lógico das afirmações:

   (**V**: verdadeira; **F**: falsa) **V** **F**

   (a) Os polinómios $x^2 + x + 1$ e $x^3 + 2x - 4$ de $\mathbb{Q}[x]$ são primos entre si. ☐ ☐

   (b) Se $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ é um polinómio mónico, então qualquer raiz racional de $p(x)$ é inteira. ☐ ☐

   (c) $\mathbb{Z}[x]$ é um domínio de ideais principais. ☐ ☐

   (d) $x^5 + 2x^3 + \frac{8}{7}x^2 - \frac{4}{7}x + \frac{2}{7}$ é irredutível sobre $\mathbb{Q}$. ☐ ☐

   (e) $7x^5 + 14x^3 + 8x^2 - 4x + 2$ é irredutível sobre $\mathbb{Q}$. ☐ ☐

2. O polinómio $x^4 - 6x^2 + 1$ é irredutível sobre $\mathbb{Q}$? Justifique a sua resposta.

3. (a) $\mathbb{R}[x]/\langle x^2 + 1\rangle$ é um corpo? Porquê?

   (b) Mostre que todo o elemento de $\mathbb{R}[x]/\langle x^2 + 1\rangle$ é uma classe da forma $a + bx + \langle x^2 + 1\rangle$.

   (c) Determine a fórmula para a multiplicação $\big(a + bx + \langle x^2 + 1\rangle\big) \cdot \big(c + dx + \langle x^2 + 1\rangle\big)$ em $\mathbb{R}[x]/\langle x^2 + 1\rangle$.
