

NOME DO ALUNO: _____

(Justifique convenientemente as suas respostas.)

(1) Determine $\text{mdc}(x^7 - 4x^6 + x^3 - 3x + 5, 2x^3 - 2)$ em $\mathbb{Z}_7[x]$.

(2) Indique, justificando, quais dos seguintes polinómios são irredutíveis sobre \mathbb{Q} :

$$p(x) = 5x^5 - 10x^3 + 6x^2 - 2x + 6, \quad q(x) = x^4 - x^2 - 2, \quad r(x) = 4x^3 - 3x - \frac{1}{2}.$$

(3) Seja D um domínio de integridade. Mostre que:

(a) Se $\text{gr}(p(x)) \geq 2$ e $p(x)$ tem uma raiz em D , então é redutível em $D[x]$.

(b) Um polinómio redutível em $D[x]$ não tem necessariamente raízes em D .

(4) Determine:

(a) A factorização do polinómio $q(x) = x^4 - x^2 - 2 \in \mathbb{Q}[x]$ em factores irredutíveis.

(b) $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \theta)$ para cada uma das raízes θ de $q(x)$.

(c) O inverso de $\theta + 1$ em cada uma das extensões da alínea anterior.
