

Justifique convenientemente as suas respostas e indique os principais cálculos.

1. Supondo que $\theta^2 = -3\theta + 3$, determine:
 - (a) O polinómio mínimo de θ sobre \mathbb{Q} .
 - (b) O polinómio mínimo de θ^2 sobre \mathbb{Q} .

 2. Seja $p(x) = x^2 + x + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$.
 - (a) Mostre que $p(x)$ é irredutível sobre \mathbb{Z}_2 .
 - (b) Determine a extensão de decomposição de $p(x)$. Qual é a factorização de $p(x)$ nessa extensão?

 3. Determine:
 - (a) As raízes racionais do polinómio $q(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 4 \in \mathbb{Q}[x]$.
 - (b) A extensão $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \theta)$ onde θ é uma raiz não racional do polinómio $q(x)$.
 - (c) Os \mathbb{Q} -automorfismos de $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \theta)$.
 - (d) A tabela do grupo $Gal(\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \theta), \mathbb{Q})$.
 - (e) O grupo de permutações a que $Gal(\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \theta), \mathbb{Q})$ é isomorfo.
-