

NOME DO ALUNO:

---

Seja  $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$  o anel dos inteiros módulo 8 (com a respectiva aritmética modular). Considere o anel

$$\mathcal{B} = (\mathbb{Z}_8, \oplus, \otimes)$$

onde as operações  $\oplus$  e  $\otimes$  são definidas por

$$a \oplus b = a + b + 1$$

$$a \otimes b = a + b + (a \cdot b)$$

1. Preencha as seguintes tabelas (colocando uma  $\times$  nos casos em que o elemento indicado não existe):

anel	zero	-0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
$\mathcal{A}$									
$\mathcal{B}$									

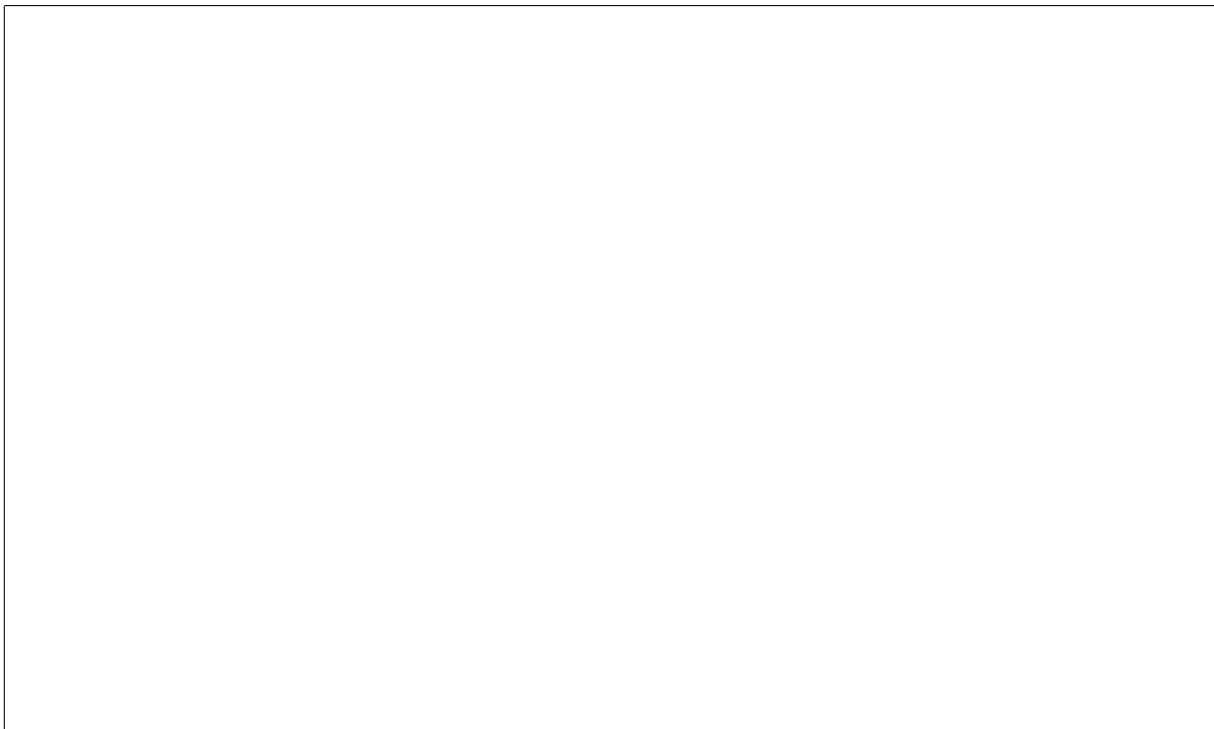
anel	identidade	$0^{-1}$	$1^{-1}$	$2^{-1}$	$3^{-1}$	$4^{-1}$	$5^{-1}$	$6^{-1}$	$7^{-1}$
$\mathcal{A}$									
$\mathcal{B}$									

A partir de agora, para cada  $a \in \mathbb{Z}_8$ , denote o *simétrico* de  $a$  no anel  $\mathcal{A}$  por  $-a$  e o *simétrico* de  $a$  no anel  $\mathcal{B}$  por  $\ominus a$ .


2. Indique, justificando, quais são os divisores de zero de  $\mathcal{B}$ . Apresente uma fórmula que relacione os divisores de zero de  $\mathcal{B}$  com os divisores de zero de  $\mathcal{A}$ .

3. O subconjunto  $I = \{7, 1, 3, 5\}$  de  $\mathbb{Z}_8$  é um ideal de  $\mathcal{B}$ . Mostre que é primo.

Recorde: Um ideal  $I$  de um anel  $A$  diz-se *primo* se  $ab \in I \Rightarrow a \in I$  ou  $b \in I$ .



4. Considere duas classes laterais  $a \oplus I, b \oplus I$  no anel  $\mathcal{B}$ . Quando é que elas são iguais?



5. Conclua então quantos elementos vai ter o anel quociente  $\mathcal{B}/I$ .

