DMUC **Corpos e Equações Algébricas: 1^a Frequência**

Duração: 1h30m | $\boxed{\textit{Justifique convenientemente as suas respostas}}$ | 20/04/2022

---

1. Determine:

   (a) As raízes racionais do polinómio $p(x) = 2x^4 - 7x^3 - 9x^2 + 8x - 1$.

   (b) A factorização de $p(x)$ em elementos irredutíveis em $\mathbb{Q}[x]$.

   (c) A factorização de $q(x) = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 20x + 15$ em elementos irredutíveis, em $\mathbb{Q}[x]$ e em $\mathbb{Z}_2[x]$.

   (d) O número de elementos do anel $\mathbb{Z}_7[x]/\langle x^2 + 1\rangle$.

2. Sendo $I = \langle x^2 + x + 1\rangle$, considere o anel quociente $A = \mathbb{Z}_2[x]/I$.

   (a) A é um corpo?

   (b) Qual é o inverso de $x^3 + I$ em A?

   (c) Determine a tabela da multiplicação em A.

3. Para as afirmações seguintes, escreva uma prova se a afirmação é verdadeira, caso contrário apresente uma justificação sucinta da sua falsidade:

   (a) Qualquer polinómio de $C[x]$ redutível, tem necessariamente raízes em C.
   Nota: C designa um corpo arbitrário.

   (b) Todo o ideal de $\mathbb{Q}[x]$ é principal.

   (c) Existe $n \geq 2$ tal que $\sqrt[n]{\frac{2}{5}}$ é um número racional.
