DMUC **Corpos e Equações Algébricas: Frequência**

Duração: 1h30m *Justifique convenientemente as suas respostas* 18/05/2022

---

1. Determine a factorização de
$$p(x) = x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 1$$
em factores irredutíveis em $\mathbb{Q}[x]$.

2. Seja α uma raiz não racional de $p(x)$. Determine o polinómio mínimo de α sobre $\mathbb{Q}$.

3. Determine a extensão $\mathbb{Q}(\alpha)$ de $\mathbb{Q}$.

4. Determine o inverso de α no corpo $\mathbb{Q}(\alpha)$.

5. Seja β uma raiz do polinómio
$$t(x) = x^2 + x + 1 \in \mathbb{Q}[x].$$
Determine o polinómio mínimo de β sobre $\mathbb{Q}(\alpha)$.

6. Determine a extensão $\mathbb{Q}(\alpha, \beta)$ de $\mathbb{Q}$.

7. Determine a extensão de decomposição de $t(x)$ e a factorização de $t(x)$ sobre esse corpo.

8. Determine o grupo de Galois de $t(x)$ sobre $\mathbb{Q}$.

9. Considere agora $t(x)$ como um polinómio de $\mathbb{Z}_2[x]$.
Determine a extensão de decomposição de $t(x)$ nesse caso, e a sua factorização em factores lineares.

10. Sabendo que $p(x)$ tem pelo menos uma raiz complexa não real, determine a dimensão sobre $\mathbb{Q}$ da extensão de decomposição de $p(x)$.
