Duração: 30m **Teste 1A** 17/10/07

SOLUÇÕES

O teste é de escolha múltipla; uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída e uma resposta errada perderá metade dessa cotação (desde que a nota do teste permaneça não negativa).

---

1. Indique quais das seguintes fórmulas bem formadas são tautologias, contingências ou contradições colocando, em cada alínea, uma cruz na coluna correcta:

   (**T**: é uma tautologia; **C**: é uma contingência; **F**: é uma contradição)

	T	C	F
(a) $((p{\to}q){\to}p) \leftrightarrow (q{\to}(q{\to}p))$.		×	
(b) $(p{\to}q) \wedge (q \vee r) \wedge \neg q \to (\neg p \wedge r)$.	×		

2. Indique se os seguintes argumentos estão correctos:

   (**S**: sim; **N**: não)

	S	N
(a) *Portugal ganha somente se jogar bem. Logo, se Portugal jogar bem, ganha.*		×
(b) *Portugal ganha somente se jogar bem. Logo, se Portugal jogar mal, não ganha.*	×	
(c) $(\neg p{\to}q) \wedge (q \vee r) \wedge \neg q \equiv (p \vee q) \wedge (q \vee r) \wedge \neg q \equiv (p \wedge \neg q) \wedge (q \vee r) \equiv p \wedge \neg q \wedge r$.	×	
(d) *O Scolari é despedido se Portugal não ganhar. Portugal é apurado para o Europeu ou o Scolari é despedido. O Scolari não é despedido. Então Portugal ganha e é apurado para o Europeu.*	×	
(e) *O Scolari é despedido se Portugal não ganhar. Portugal é apurado para o Europeu ou o Scolari é despedido. Portugal ganha. Então o Scolari não é despedido e Portugal é apurado para o Europeu.*		×

RESOLUÇÃO

1(a) Basta observar que as últimas duas colunas da tabela seguinte são diferentes na posição na última linha.

p	q	$p{\to}q$	$q{\to}p$	$(p{\to}q){\to}p$	$q{\to}(q{\to}p)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	$\boxed{\text{F}}$	$\boxed{\text{V}}$

(b) Construindo a tabela de verdade da fórmula obtemos V como único resultado possível.

Alternativa que evita a construção da tabela de verdade:

A fórmula é uma implicação $A \rightarrow B$ com $A = (p \rightarrow q) \wedge (q \vee r) \wedge \neg q$ e $B = \neg p \wedge r$. A implicação só é F quando $A = \mathsf{V}$ e $B = \mathsf{F}$ (nos outros casos dá sempre V). Mas A é V quando $\neg q = \mathsf{V}$ (isto é, $q = \mathsf{F}$), $p \rightarrow q = \mathsf{V}$ e $q \vee r = \mathsf{V}$. Logo $r = \mathsf{V}$ e $p = \mathsf{F}$. Basta portanto construir a linha da tabela correspondente ao caso $p = \mathsf{F}, q = \mathsf{F}, r = \mathsf{V}$ (em todas as outras linhas já temos a certeza do resultado final dar V):

p	q	r	A	B	$A \rightarrow B$
F	F	V	V	V	V

Também neste caso a fórmula dá o resultado V pelo que é uma tautologia.

2(a)

p: "Portugal ganha"

q: "Portugal joga bem"

Argumento: $\dfrac{p \rightarrow q}{\therefore\ q \rightarrow p}$

O argumento não está correcto porque $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$ não é uma tautologia: basta fazer $p = \mathsf{F}$ e $q = \mathsf{V}$.

(b) Argumento: $\dfrac{p \rightarrow q}{\therefore\ \neg q \rightarrow \neg p}$

Correcto pois $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$ (em particular, $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ é uma tautologia).

(c) A única equivalência que pode oferecer algumas dúvidas é a última: $(p \wedge \neg q) \wedge (q \vee r) \equiv p \wedge \neg q \wedge r$. Mas também é verdadeira, pela distributividade de $\wedge$ relativamente a $\vee$:

$$(p \wedge \neg q) \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge \neg q \wedge q) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \equiv \underbrace{(p \wedge \mathsf{F})}_{\mathsf{F}} \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \equiv p \wedge \neg q \wedge r.$$

(d)

p: "Portugal ganha"

q: "O Scolari é despedido"

r: "Portugal é apurado para o Europeu"

Argumento:
$$\begin{array}{c} \neg p \rightarrow q \\ r \vee q \\ \neg q \\ \hline \therefore\ p \wedge r \end{array}$$

Está correcto pois por 1(b) a fórmula $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \vee r) \wedge \neg q \rightarrow (\neg\neg p \wedge r)$ é uma tautologia. (Esta conclusão também é óbvia da equivalência na alínea 2(c)).

(e)

Argumento:
$$\begin{array}{c} \neg p \rightarrow q \\ r \vee q \\ p \\ \hline \therefore\ \neg q \wedge r \end{array}$$

Não está correcto pois $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \vee r) \wedge p \rightarrow (\neg q \wedge r)$ não é uma tautologia: para $p = \mathsf{V}$, $q = \mathsf{V}$ e $r = \mathsf{F}$ a fórmula tem como resultado

$$(\mathsf{F} \rightarrow \mathsf{V}) \wedge (\mathsf{V} \vee \mathsf{F}) \wedge \mathsf{V} \rightarrow \mathsf{F} \wedge \mathsf{F} = \mathsf{V} \wedge \mathsf{V} \wedge \mathsf{V} \rightarrow \mathsf{F} = \mathsf{V} \rightarrow \mathsf{F} = \mathsf{F}$$

(ou seja, neste caso as três premissas do argumento são verdadeiras mas a conclusão $\neg q \wedge r$ é falsa!).

As resoluções dos restantes testes são análogas.

SOLUÇÕES

TESTE 1B

1(a)		×	
(b)	×		
2(a)	×		
(b)	×		
(c)		×	
(d)	×		
(e)		×	

TESTE 1C

1(a)		×	
(b)		×	
2(a)	×		
(b)		×	
(c)	×		
(d)	×		
(e)		×	

TESTE 1D

1(a)		×	
(b)		×	
2(a)	×		
(b)		×	
(c)	×		
(d)		×	
(e)	×		