

SOLUÇÕES

A primeira questão é de escolha múltipla; uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída e uma resposta errada perderá metade dessa cotação (desde que a nota do teste permaneça não negativa).

1. Determine o valor lógico das afirmações seguintes relativas ao mundo

|   |   |               |               |               |  |               |   |
|---|---|---------------|---------------|---------------|--|---------------|---|
|   |   |               |               | ★<br><i>a</i> |  |               |   |
|   |   |               |               |               |  |               | ▽ |
|   |   | ▽<br><i>d</i> |               |               |  |               |   |
|   |   |               |               |               |  |               |   |
| ▽ |   |               | □<br><i>c</i> |               |  | ★<br><i>b</i> |   |
|   | □ |               |               |               |  |               |   |
|   |   |               |               | □             |  |               | ★ |
|   |   | ▽             |               |               |  |               | ★ |

- Estrela Pequena: ★
- Estrela Média: ★
- Estrela Grande: ★
- Quadrado Pequeno: □
- Quadrado Médio: □
- Quadrado Grande: □
- Triângulo Pequeno: ▽
- Triângulo Médio: ▽
- Triângulo Grande: ▽

**V F**

- |  |   |   |
|--|---|---|
| (a) $Estrela(a) \wedge \neg Grande(a)$   |   | × |
| (b) $\forall x (\neg Estrela(x) \rightarrow Quadrado(c))$                              | × |   |
| (c) $\exists y \forall x (Triângulo(x) \rightarrow MaisPequeno(x, y))$                 | × |   |
| (d) $\forall x (Pequeno(x) \rightarrow \exists y (x \neq y \wedge MesmaColuna(x, y)))$ | × |   |

2. Exprima as seguintes somas na forma abreviada de somatório:

(a) A soma dos inteiros ímpares de 19 a 199 (inclusive). R.:  $\sum_{i=9}^{99} (2i + 1)$

(b)  $a^7 + a^{14} + a^{21} + a^{28} + \dots + a^{126}$ . R.:  $\sum_{i=1}^{18} a^{7i}$

3. Calcule os seguintes somatórios:

(a)  $\sum_{i=1}^4 \sum_{j=0}^3 2i(j + 1)$ . R.: 200

(b)  $\sum_{j=-20}^{18} 2j.$  R.: -78

(c)  $\sum_{i=2}^{40} 2(i - 22).$  R.: -78

RESOLUÇÃO

1(a)

|                   |                  |                         |  |
|-------------------|------------------|-------------------------|--|
| <i>Estrela(a)</i> | <i>Grande(a)</i> | $\neg$ <i>Grande(a)</i> | $\text{Estrela}(a) \wedge \neg$ <i>Grande(a)</i> |
| V                 | V                | F                       | F  |

(b) Para cada objecto  $x$ ,  $x$  pode ser uma estrela ou não, mas  $c$  é um quadrado logo a proposição  $\text{Quadrado}(c)$  é verdadeira pelo que a implicação  $\neg\text{Estrela}(x) \rightarrow \text{Quadrado}(c)$  é sempre verdadeira qualquer que seja  $x$ :

|                   |                    |  |
|-------------------|--------------------|--|
| <i>Estrela(x)</i> | <i>Quadrado(c)</i> | $\neg\text{Estrela}(x) \rightarrow \text{Quadrado}(c)$ |
| V                 | V                  | V  |
| F                 | V                  | V  |

(c) Como neste mundo todo o triângulo é pequeno ou médio, basta considerar para  $y$  a estrela  $a$  que é grande (ou o quadrado grande da coluna 2); qualquer triângulo no mundo será mais pequeno que esse  $y$ :

|                     |                          |  |
|---------------------|--------------------------|--|
| <i>Triângulo(x)</i> | <i>MaisPequeno(x, a)</i> | $\text{Triângulo}(x) \rightarrow \text{MaisPequeno}(x, a)$ |
| V                   | V                        | V  |
| F                   | V ou F                   | V  |

(d) Basta observar que todo o objecto pequeno no mundo (nas colunas 3, 5 e 8) está sempre acompanhado por outro objecto na mesma coluna.

3(a)

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^4 \sum_{j=0}^3 2i(j+1) &= \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 2ij \\
 &= 2 \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 ij \\
 &= 2 \sum_{i=1}^4 (i \sum_{j=1}^4 j) \\
 &= 2 \left( \sum_{j=1}^4 j \right) \left( \sum_{i=1}^4 i \right) \\
 &= 2 \times (1 + 2 + 3 + 4)^2 = 2 \times 10^2 = 2 \times 100 = 200.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad \sum_{j=-20}^{18} 2j &= 2 \sum_{j=-20}^{18} j \\
 &= 2 \times ((-20) + (-19) + (-18) + \dots + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + \dots + 18) \\
 &= 2 \times (-20 - 19) = 2 \times (-39) = -78.
 \end{aligned}$$

$$\text{(c)} \quad \sum_{i=2}^{40} 2(i-22) = \sum_{j=2-22}^{40-22} 2j = \sum_{j=-20}^{18} 2j = -78 \text{ (usando a alínea anterior)}.$$

As resoluções dos restantes testes são análogas.

---

### SOLUÇÕES

#### TESTE 2B

1(a)  ×

(b)  ×

(c)  ×

(d)  ×

2(a)  $\sum_{i=1}^{18} x_{7i}$

(b)  $\sum_{i=9}^{99} (2i+1)$

3(a) -78

(b) -78

(c) 200

#### TESTE 2C

1(a)  ×

(b)  ×

(c)  ×

(d)  ×

2(a)  $\sum_{i=9}^{99} (2i+1)$

(b)  $\sum_{i=1}^{18} x_{7i}$

3(a) 200

(b) -78

(c) -78

#### TESTE 2D

1(a)  ×

(b)  ×

(c)  ×

(d)  ×

2(a)  $\sum_{i=1}^{18} x_{7i}$

(b)  $\sum_{i=9}^{99} (2i+1)$

3(a) -78

(b) -78

(c) 200

---