Duração: 45m **Teste 1A** 15/10/08

SOLUÇÕES

As questões 1, 2 e 4 são de escolha múltipla; uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída e uma resposta errada perderá metade dessa cotação (desde que a nota do teste permaneça não negativa).

---

1. Preencha a seguinte tabela de verdade:

p	q	r	$(p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow r) \rightarrow (\neg q \vee p)$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

Indique se se trata de uma tautologia (**T**), contingência (**C**) ou contradição (**F**) colocando uma cruz na coluna correcta:

T	**C**	**F**
$\times$		

2. Determine o valor lógico da afirmação

"$A \rightarrow B$ é uma tautologia se e só se $A \wedge \neg B$ é uma contradição".

V	**F**
$\times$	

3. Considere o conectivo binário $\oplus$ dado pela tabela

p	q	$p \oplus q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exprima-o em forma normal disjuntiva.

R: $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

4. Indique se os seguintes argumentos estão correctos:

(**S**: sim; **N**: não)

	S	**N**
(a) *Se estiver a chover, então fico em casa. Não está a chover, logo não fico em casa.*		$\times$
(b) *Se o mordomo cometeu o crime, então ele vai estar nervoso quando interrogado. O mordomo estava nervoso quando interrogado. Logo, o mordomo cometeu o crime.*		$\times$
(c) *R é uma condição suficiente para Q. Verifica-se R ou a negação de P. Logo, se Q não for verdadeiro não se verifica P.*	$\times$	
(d) *Este argumento é válido ou é inválido. Se este argumento é válido então posso demonstrá-lo. Se este argumento é inválido posso refutá-lo. Não posso demonstrar este argumento, logo posso refutá-lo.*	$\times$	

RESOLUÇÃO

1.

p	q	r	$p \leftrightarrow q$	$p \leftrightarrow r$	$(p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow r)$	$\neg q \vee p$	$(p \leftrightarrow q) \wedge (p \leftrightarrow r) \rightarrow (\neg q \vee p)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	V	V
F	V	V	F	F	F	F	V
F	V	F	F	V	F	F	V
F	F	V	V	F	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

2. $A \wedge \neg B$ é uma contradição se e só se $\neg(A \wedge \neg B)$ é uma tautologia. Portanto, a afirmação enunciada será verdadeira precisamente se na tabela de verdade da fórmula $(A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$ obtivermos V como único resultado possível:

A	B	$A \rightarrow B$	$\neg(A \wedge \neg B)$	$(A \rightarrow B) \leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Alternativa que evita a construção da tabela de verdade:

Usando as leis de De Morgan podemos escrever $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B \equiv \neg(A \wedge \neg B)$. Portanto $A \rightarrow B$ é V exactamente quando $A \wedge \neg B$ é F . Logo $A \rightarrow B$ é sempre V exactamente quando $A \wedge \neg B$ é sempre F , isto é, $A \rightarrow B$ é uma tautologia se e só se $A \wedge \neg B$ é uma contradição.

4(a)

p: "Está a chover"
q: "fico em casa"

Argumento: $$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg p \\ \hline \therefore \neg q \end{array}$$

O argumento não está correcto porque $(p \rightarrow q) \wedge \neg p \rightarrow \neg q$ não é uma tautologia: basta fazer $p =$ F e $q =$ V (neste caso as duas premissas do argumento são verdadeiras mas a conclusão $\neg q$ é falsa!).

Alternativamente, bastava observar que $p \rightarrow q$ é o mesmo que $\neg q \rightarrow \neg p$ mas já não implica $\neg p \rightarrow \neg q$.

(b)

p: "O mordomo cometeu o crime"
q: "O mordomo vai estar nervoso quando interrogado"

Argumento: $$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

É parecida com a alínea anterior: o argumento não está correcto porque $(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$ não é uma tautologia: basta fazer $p =$ F e $q =$ V (ou então observar que $p \rightarrow q$ é o mesmo que $\neg q \rightarrow \neg p$ mas já não implica $q \rightarrow p$).

(c)

$$\text{Argumento:}\quad \begin{array}{c} R\to Q \\ R \vee \neg P \\ \hline \therefore \neg Q\to\neg P \end{array}$$

Está correcto pois a fórmula $(R\to Q) \wedge (R \vee \neg P) \to (\neg Q\to\neg P)$ é uma tautologia (pela tabela de verdade ou fazendo o seguinte raciocínio: queremos provar $\neg Q\to\neg P$ a partir das premissas $R\to Q$ e $R\vee\neg P$; se assumirmos $\neg Q$ então pela primeira premissa temos $\neg R$; esta conclusão em simultâneo com a outra premissa $R \vee \neg P$ dá-nos imediatamente $\neg P$, como desejávamos; está assim provado que $\neg Q$ implica $\neg P$ a partir das premissas dadas).

(d)

p: "Este argumento é válido"
q: "Posso demonstrar este argumento"
r: "Posso refutar este argumento"

$$\text{Argumento:}\quad \begin{array}{c} p \vee \neg p \\ p\to q \\ \neg p\to r \\ \neg q \\ \hline \therefore r \end{array}$$

Está correcto pois $(p\vee\neg p)\wedge(p\to q)\wedge(\neg p\to r)\wedge\neg q\to r$ é uma tautologia (não é necessário escrever a tabela de verdade, basta o seguinte raciocínio: a hipótese $\neg q$ conjuntamente com a hipótese $p\to q$ dá-nos $\neg p$; então da hipótese $\neg p\to r$ concluímos r).

As resoluções dos restantes testes são análogas.

SOLUÇÕES

TESTE 1B

1. $\boxed{\times}\boxed{}\boxed{}$

2. $(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$

3. $\boxed{\times}\boxed{}$

4(a) $\boxed{}\boxed{\times}$

(b) $\boxed{}\boxed{\times}$

(c) $\boxed{\times}\boxed{}$

(d) $\boxed{\times}\boxed{}$

TESTE 1C

1. $\boxed{\times}\boxed{}$

2. $\boxed{\times}\boxed{}\boxed{}$

3(a) $\boxed{}\boxed{\times}$

(b) $\boxed{\times}\boxed{}$

(c) $\boxed{}\boxed{\times}$

(d) $\boxed{\times}\boxed{}$

4. $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

TESTE 1D

1. $\boxed{\times}\boxed{}$

2. $\boxed{\times}\boxed{}\boxed{}$

3(a) $\boxed{}\boxed{\times}$

(b) $\boxed{}\boxed{\times}$

(c) $\boxed{\times}\boxed{}$

(d) $\boxed{\times}\boxed{}$

4. $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$