

Nome completo:

Número de estudante:

Este enunciado de teste está escrito nas folhas e versos das folhas. O teste tem 6 questões. Responda apenas ao que lhe é pedido nos lugares indicados para o efeito.

Nas questões de escolha múltipla, uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída e uma resposta errada perderá metade dessa cotação (desde que a nota do teste permaneça não negativa).

1. Preencha a seguinte tabela de verdade:

p	q	r	$(r \rightarrow q) \wedge (r \vee \neg p) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

2. Selecciona a opção correcta quanto à validade de cada uma das deduções seguintes:

(**V**: dedução válida; **F**: dedução falaciosa)

V **F**

(a) r é uma condição suficiente para q . Verifica-se r ou a negação de p .
Logo, se q não for verdadeiro não se verifica p .

--	--

(b) Se não como em demasia ou faço muito exercício, então estou em forma.
Eu não estou em forma. Logo como em demasia e faço pouco exercício.

--	--

(c) Se consumo mais de 3000 calorias por dia, então como em demasia.
Eu como em demasia. Então consumo mais de 3000 calorias por dia.

--	--

(d) Se A não é culpado, o culpado é B ou C . C é culpado só se A é culpado.
Se B é culpado então A é culpado. Logo A é culpado.

--	--

(e) $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \vee r) \wedge \neg q \equiv (p \vee q) \wedge (q \vee r) \wedge \neg q$
 $\equiv (p \wedge \neg q) \wedge (q \vee r)$
 $\equiv p \wedge \neg q \wedge r.$

--	--

3. Usando o método de Quine mostre que a fórmula

$$((p \rightarrow q) \rightarrow p) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge \neg p)$$

é uma contradição.

4. Encontre uma sentença tautologicamente equivalente a $(p \wedge q) \rightarrow r$ que contenha apenas os conectivos proposicionais \neg e \rightarrow (p , q e r são sentenças atômicas). Justifique a sua resposta.

5. (a) Indique, com uma cruz, todas as traduções correctas (na linguagem da lógica de primeira ordem do Tarski) das seguintes sentenças:

(i) **Nem a é um cubo, nem b é um cubo.**

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\neg(Cube(a) \wedge Cube(b))$ | <input type="checkbox"/> $\neg Cube(a) \wedge \neg Cube(b)$ |
| <input type="checkbox"/> $\neg Cube(a) \vee \neg Cube(b)$ | <input type="checkbox"/> $\neg(Cube(a) \vee Cube(b))$ |

(ii) **c está entre a e b e pelo menos um destes dois últimos objectos é um cubo.**

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $Between(c, a, b) \wedge Cube(a \vee b)$ | <input type="checkbox"/> $Between(c, Cube(a), b) \vee Between(c, a, Cube(b))$ |
| <input type="checkbox"/> $Between(c, a, b) \wedge Cube(a) \vee Cube(b)$ | <input type="checkbox"/> $Between(c, a, b) \wedge (Cube(a) \vee Cube(b))$ |

(b) Traduza as seguintes sentenças para a linguagem do Tarski:

[Dê as respostas no espaço a seguir a cada sentença, usando os predicados $Cube(x)$, $LeftOf(x, y)$, $Large(x)$, $Dodec(x)$, $FrontOf(x, y)$, $SameSize(x, y)$.]

(i) a é um cubo e está à esquerda de b .

(ii) Se a e b são cubos então são o mesmo objecto.

(iii) a é grande mas não é um cubo.

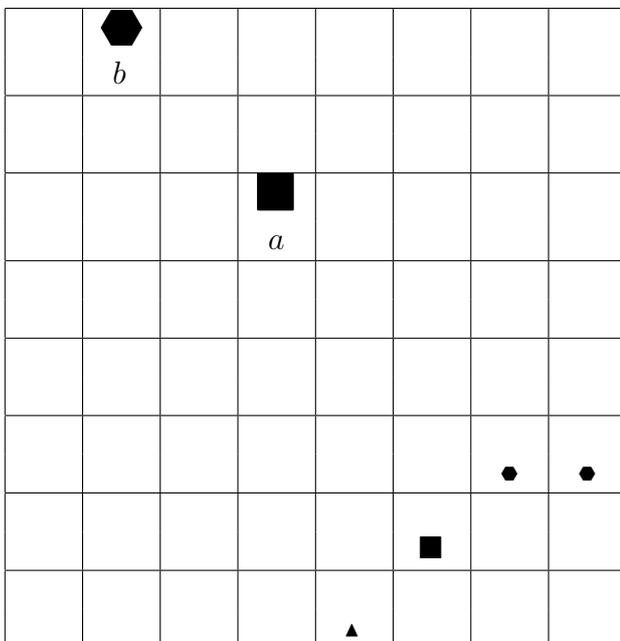
(iv) Não é verdade que exista um dodecaedro à frente de b .

(v) Todos os cubos são do mesmo tamanho.

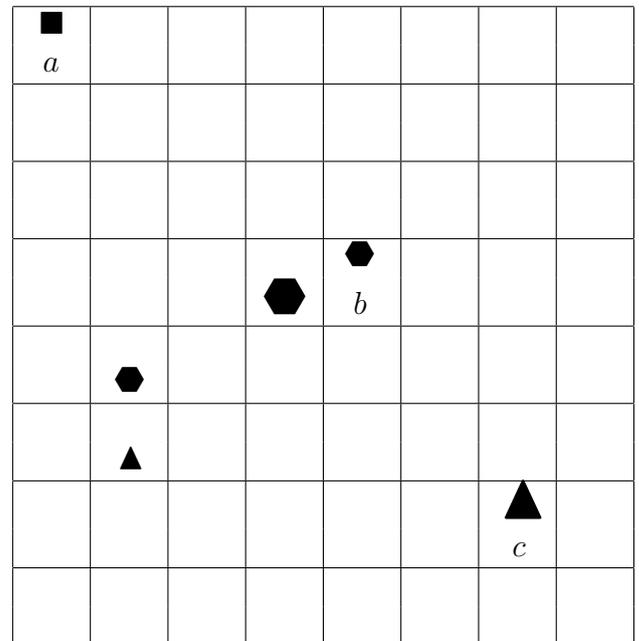
(c) Avalie da verdade ou falsidade das seguintes cinco sentenças nos mundos A e B abaixo, preenchendo a seguinte tabela com **V**'s (verdade) e **F**'s (falso):

Sentenças	Mundo A	Mundo B
$Large(a) \leftrightarrow Large(b)$		
$\exists x(Dodec(x) \wedge Small(x))$		
$\forall x(Cube(x) \rightarrow x = a)$		
$\neg \forall x((Dodec(x) \wedge Large(x)) \rightarrow BackOf(x, a))$		
$\exists x(Small(x) \wedge \forall z(z \neq x \rightarrow BackOf(z, x)))$		

Mundo A



Mundo B



- | | | | | | |
|--|-------------------|--|--------------|--|--------------------|
| | Tetraedro Pequeno | | Cubo Pequeno | | Dodecaedro Pequeno |
| | Tetraedro Médio | | Cubo Médio | | Dodecaedro Médio |
| | Tetraedro Grande | | Cubo Grande | | Dodecaedro Grande |

$BackOf(a, b)$: a está numa linha acima de b .

$FrontOf(a, b)$: a está numa linha abaixo de b .

$LeftOf(a, b)$: a está numa coluna à esquerda de b .

$SameSize(a, b)$: a tem o mesmo tamanho de b .

6. (a) Calcule $(1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{3})$.

(b) Prove, usando o princípio de indução matemática, que

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n}$$

para todos os números naturais $n \geq 2$.

(a)

(b)