

Erros mais comuns

1. Escrever uma lista de equações sem nada que mostre como elas se relacionam logicamente.
2. Escrever $=$ quando queres dizer “aproximadamente igual”.
3. Escrever $=$ para significar equivalência lógica.
4. Confundir f com $f(x)$.
5. Usar letras e designações sem as introduzir e explicar.
6. Esquecer os sinais de igualdade.
7. Não usar parênteses suficientes.
8. Cancelar termos de modo errado.
9. Começar um argumento usando a conclusão.
10. Usar o mesmo símbolo para representar coisas diferentes.

Erro n.º 1: escrever uma lista de equações sem nada que mostre como elas se relacionam logicamente.

Isto é como escrever um romance sem pontuação: o leitor terá grande dificuldade em lê-lo e só às vezes conseguirá adivinhar o que queres dizer.
Por exemplo, suponhamos que escreves

$$\begin{aligned}7x &= 7\sqrt{2} \\ x &= \sqrt{2} \\ x^2 &= 2.\end{aligned}$$

Significa que estas três afirmações são logicamente equivalentes? Ou que se a primeira é verdadeira então a segunda também o é, e se a segunda é verdadeira então a terceira também o é? Ou alguma outra combinação ou variante?

Uma versão aceitável é, por exemplo,

$$\begin{array}{l}7x = 7\sqrt{2} \\ \text{isto é } x = \sqrt{2} \\ \text{logo } x^2 = 2.\end{array}$$

“Isto é” significa “é logicamente equivalente a” (por outras palavras, se $7x = 7\sqrt{2}$ então $x = \sqrt{2}$, e se $x = \sqrt{2}$ então $7x = 7\sqrt{2}$). Escrevi “logo” em vez de “isto é” na última linha porque embora $x = \sqrt{2}$ implique $x^2 = 2$, a afirmação recíproca não é verdadeira: pensa no que acontece quando x é $-\sqrt{2}$.

Outra versão respeitável, mais formal:

$$\begin{array}{l}7x = 7\sqrt{2} \\ \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \\ \Rightarrow x^2 = 2.\end{array}$$

Erro n.º 2: Escrever = quando queres dizer “aproximadamente igual”.

É verdade que $\pi = 3.14159$? Não, logo é falso — tão falso quanto a afirmação $0 = 1$. Se queres dizer que é “aproximadamente igual” usa o símbolo \approx . (Além disso, não há necessidade de apresentar uma aproximação numérica ao resultado a não ser que tal te seja pedido explicitamente. Se a tua resposta final for $\frac{6e(e^2-1)}{3+\sqrt{29}}$ está ótimo: deixa assim. Não há necessidade de dizer que é aproximadamente 12.427; em Matemática habitualmente estamos interessados no resultado exacto, não no aproximado.)

Erro n.º 3: Escrever = para significar equivalência lógica.

Supõe que te é pedido para resolveres a equação $7 = 2x - 3$. Se fores pouco cuidadoso e escreveres

$$\begin{aligned}7 &= 2x - 3 \\ &= x = 5.\end{aligned}$$

poderás querer dizer que as afirmações “ $7 = 2x - 3$ ” e “ $x = 5$ ” são logicamente equivalentes, mas está incorrecto. O problema é que escreveste $7 = \dots = \dots = 5$, donde segue que $7 = 5$: disparate! Primeiro, repara na diferença entre *afirmações* e *quantidades*. Uma afirmação é qualquer coisa que pode ser verdadeira ou falsa, como “ $7 = 2x - 3$ ” ou “ $123 < 321$ ”. Uma quantidade (ou número) é algo como “123” ou “ $2x - 3$ ”.

No disparate acima, o remédio é simples. Se quiseres indicar igualdade entre números ou quantidades, usa “=”. Se quiseres indicar equivalência lógica entre afirmações ou identidades, usa “isto

é”, “ou seja” ou “sse” (“se e só se”) ou ainda “ \Leftrightarrow ”. No exemplo acima, o segundo “=” deveria ser “sse” ou “ \Leftrightarrow ”.

Erro n.º 4: Confundir f com $f(x)$.

Aqui f é uma função (digamos uma função definida nos números reais com valores também reais) e x é um número real. Uma função é uma máquina que pega num número x (do seu domínio) como input e produz um novo número $f(x)$ como output; um número é só um número. f é uma função; x e $f(x)$ são números. Trata-se simplesmente de diferentes tipos de bichos, não os devemos confundir. Se escreveres “o gráfico de $f(x)$ ”, isso é tão mau quanto escreveres “o gráfico de $\frac{5}{2}$ ”. Se escreveres “ $f = 2$ ”, é como escrever “ $\sin = 2$ ”: não faz sentido!

Erro n.º 5: Usar letras e designações sem as introduzir e explicar.

Se quiseres usar uma letra (ou símbolo) que não aparece no enunciado da questão, terás que explicar o que ela denota. Talvez tu e os teus professores do secundário estejam habituados a usar a letra m para denotar o gradiente de uma recta. Mas isso não é uma convenção universal, e o teu professor agora não entenda o que queres significar com “ m ” a não ser que lhe digas. Basta que escrevas “seja m o gradiente”.

As únicas excepções a esta regra são π , e e i .

Erro n.º 6: Esquecer os sinais de igualdade.

Se escreveres

$$\begin{aligned}x^2 - (y^2 - 2) - 2 \\x^2 - y^2 \\(x - y)(x + y)\end{aligned}$$

estarás provavelmente a querer dizer que estas três expressões são iguais — mas de facto não o estás a dizer. O que queres dizer é

$$\begin{aligned}x^2 - (y^2 - 2) - 2 \\= x^2 - y^2 \\= (x - y)(x + y).\end{aligned}$$

Erro n.º 7: Não usar parênteses suficientes.

Se escreveres $\log(x + 1)^2$, isso é ambíguo: significa $\log((x + 1)^2)$ ou $(\log(x + 1))^2$?

Erro n.º 8: Cancelar termos de modo errado.

Uma forma comum deste erro é

$$\frac{a + b}{a + c} = \frac{b}{c}.$$

Isto é estúpido: tenta fazer $a = b = 1$ e $c = 2$, por exemplo.

Quando se vê desta maneira, é óbvio, mas há pessoas que costumam cometer este erro quando estão a meio de um cálculo longo onde “ a ”, “ b ” e “ c ” são expressões mais complicadas. Quando estiveres a pensar fazer um cancelamento e não tiveres a certeza se estiver correcto, pára por um momento e tenta escrever a forma geral da regra que estás a pensar utilizar: será mesmo verdadeira, ou é algo do tipo $\frac{a+b}{a+c} = \frac{b}{c}$?

Erro n.º 9: Começar um argumento usando a conclusão.

Supõe que a questão diz: “Mostra que $(\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta) = 1$.” É tentador começar a resposta escrevendo

$$“(\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta) = 1”.$$

Não o faças! Lembra-te que qualquer uma das tuas respostas deverá ser um argumento coerente e lógico. Se a tua primeira linha for “ $(\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta) = 1$ ”, a reacção do leitor será “É mesmo? Porquê? Ainda não o provaste”.

Se quiseres mesmo começar por escrever a conclusão, fá-lo do seguinte modo:

$$“A provar: $(\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta) = 1$ ”.$$

Erro n.º 10: Usar o mesmo símbolo para representar coisas diferentes.

Isto é como escrever um romance em que personagens diferentes têm o mesmo nome. Como é que o leitor conseguirá distinguir essas personagens e entender o romance? Por exemplo, se usares a letra a para denotar um elemento específico de um conjunto A e precisares depois de fazer referência a um elemento genérico (arbitrário) de A não mais poderás usar a letra a para designar esse elemento genérico; escolhe outro símbolo (a' , b , α , etc.). Outro exemplo: suponhamos que escreves “Sejam i e j as duas raízes complexas do polinómio $x^2 + 2x + 2 \in \mathbb{R}[x]$ ”. Como, por outro lado, $x^2 + 2x + 2 = (x - (-1 + i))(x - (-1 - i))$, corres o risco mais tarde de concluir que $i = -1 + i$, isto é, $0 = -1$!!! Aqui o erro foi usar um símbolo que, no contexto em questão (números complexos), é universalmente utilizado para designar outra coisa.