Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra **Estruturas Discretas**

Duração: 1h **Teste 1A** 17/10/2018

Nome completo:

Número de estudante:

Este teste tem 4 questões. Responda apenas ao que lhe é pedido nos lugares indicados para o efeito.

---

1. Preencha a seguinte tabela de verdade:

p	q	r	$(p \leftrightarrow q)$	$\wedge$	$(p \leftrightarrow r)$	$\rightarrow$	$(\neg q \vee p)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V	V
V	F	V	F	F	V	V	V
V	F	F	F	F	F	V	V
F	V	V	F	F	F	V	F
F	V	F	F	F	V	V	F
F	F	V	V	F	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Indique se se trata de uma tautologia (**T**), contingência (**C**) ou contradição (**F**) colocando uma cruz na coluna correcta:

T	**C**	**F**
$\times$		

2. Sejam p a proposição "Sou responsável", q a proposição "Passo a Estruturas Discretas" e r a proposição "Vou de férias para o Hawai". Traduza as frases seguintes usando p, q, r e conectivos lógicos.

(a) Se passar a Estruturas Discretas, vou de férias para o Hawai.

R: $q \rightarrow r$

(b) Para passar a Estruturas Discretas é necessário que eu seja responsável.

R: $q \rightarrow p$

(c) Passo a Estruturas Discretas só se for responsável.

R: $q \rightarrow p$

(d) Para ir de férias para o Hawai é suficiente que eu seja responsável.

R: $p \rightarrow r$

(e) Se passar a Estruturas Discretas, vou de férias para o Hawai se e só se for responsável.

R: $q \rightarrow (r \leftrightarrow p)$

3. Indique se os seguintes argumentos lógicos estão correctos:

(**S**: sim; **N**: não)

	S	**N**
(a) *De* $p \vee q$ *e* q *deduz-se* $\neg p$.		$\times$
(b) *Se* p *é um número primo então é ímpar ou igual a 2. Logo, se* p *é um número par diferente de 2, concluímos que* p *não é primo.*	$\times$	
(c) C *é uma condição suficiente para* B. *Verifica-se* C *ou a negação de* A. *Logo, se* B *não for verdadeiro não se verifica* A.	$\times$	

Justifique a sua resposta à alínea (c):

Temos que provar que a fórmula $(C \to B) \wedge (C \vee \neg A) \wedge \neg B \to \neg A$ é uma tautologia. Como se trata de uma implicação, a maneira mais rápida de concluir isso é observar que o caso em que as três premissas são V e a conclusão é F (que é a única hipótese para que a implicação não seja V) é <u>impossível</u>:

De facto, teríamos,

$$\begin{cases} \neg A = \mathsf{F} \\ \neg B = \mathsf{V} \\ C \vee \neg A = \mathsf{V} \\ C \to B = \mathsf{V} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \mathsf{V} \\ B = \mathsf{F} \\ C = \mathsf{V} \\ \mathsf{V} \to \mathsf{F} = \mathsf{V} \text{ !!!!} \end{cases}$$

um sistema impossível.

4. Simplifique a fórmula

$$(p \wedge q \leftrightarrow q) \to (p \to q)$$

usando as equivalências básicas estudadas nas aulas.

Simplifiquemos em primeiro lugar a fórmula $p \wedge q \leftrightarrow q$:

$$\begin{aligned} p \wedge q \leftrightarrow q &\equiv (p \wedge q \to q) \wedge (q \to p \wedge q) \\ &\equiv (\neg p \vee \neg q \vee q) \wedge (\neg q \vee (p \wedge q)) \\ &\equiv \mathsf{V} \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee q) \\ &\equiv (\neg q \vee p) \wedge \mathsf{V} \equiv \neg q \vee p. \end{aligned}$$

Então

$$\begin{aligned} (p \wedge q \leftrightarrow q) \to (p \to q) &\equiv \neg(\neg q \vee p) \vee (\neg p \vee q) \\ &\equiv (q \wedge \neg p) \vee (\neg p \vee q) \\ &\equiv (q \vee \neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg p \vee q) \\ &\equiv \neg p \vee q \equiv p \to q. \end{aligned}$$

Em conclusão:

$$(p \wedge q \leftrightarrow q) \to (p \to q) \ \equiv \ p \to q.$$