

Nome:

1. Diga, justificando sucintamente, qual é o valor lógico das seguintes afirmações:

(a) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z(z - 2) + xy = 2\}$ é uma superfície.

(b) Para qualquer função suave $f : U \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ e para qualquer $a \in f(U)$, $f^{-1}(a) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid f(x, y, z) = a\}$ é uma superfície.

2. (a) Como se define um vector tangente a uma superfície S num ponto $p \in S$?

(b) Seja

$$\begin{aligned} \sigma : (0, 2) \times (0, 2\pi) &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) &\mapsto (u \cos v, u \sin v, u) \end{aligned}$$

um mapa de uma superfície cónica S contendo o ponto $p = (0, 1, 1)$. O vector $(-1, -1, -1)$ é tangente a S no ponto p ? (Justifique a resposta.)
