

# Prefácio

Aprender Matemática é aprender a resolver problemas, e isso só se consegue resolvendo problemas. Há belíssimos problemas de Matemática cuja solução não exige demasiados conhecimentos, mas sim engenho e arte. Na história da Matemática encontramos vários exemplos de problemas que se formulam de forma simples, mas para os quais as soluções, embora utilizando apenas conhecimentos elementares, requerem uma combinação muito precisa e imaginativa dos argumentos. Estes são os problemas mais apreciados nas Olimpíadas de Matemática porque estimulam a imaginação e o talento dos participantes. Não são problemas necessariamente fáceis, embora nem todos sejam difíceis.

Este volume, destinado a todos os jovens do Ensino Secundário que se interessam pela Matemática e pela resolução de problemas, e aos seus professores, contém os problemas da Categoria B (dirigida aos alunos dos 10.º, 11.º e 12.º anos de escolaridade) das provas dos 10 primeiros anos de Olimpíadas de Matemática em Portugal. Os problemas da Categoria A (dirigida aos alunos dos 8.º e 9.º anos de escolaridade) são objecto de um volume análogo, publicado em simultâneo. Os problemas, salvo raras excepções, não estão relacionados entre si, de modo que cada um representa um novo desafio para o leitor. Por isso, este livro não se lê de seguida, como uma novela ou romance. De facto, para ler um livro de problemas não precisamos de nos guiar pela ordem das suas páginas. Cada um pode ir pescando os problemas de acordo com o seu gosto... É claro que, somente em muito poucas ocasiões, a solução do problema nos ocorre imediatamente. A maioria das vezes é preciso algum esforço, experimentação, concentração e muita quantidade de papel. Deve-se tentar resolver cada problema individualmente, começando por compreender bem o enunciado e ensaiando casos particulares. Frequentemente, dessa análise surge a ideia para a solução completa do problema. Caso não se seja capaz de o resolver, antes de abandonar o problema, pode-se sempre dar uma vista de olhos às primeiras linhas das soluções, que poderão sugerir pistas para a sua resolução.

Na primeira parte deste volume, aparecem os enunciados das provas, textualmente tal como foram propostos. Na segunda parte, apresentam-se resoluções possíveis para todos esses problemas (em alguns casos, mais do que uma, quando isso nos parece interessante). Contamos que o leitor descubra muitas mais... No final incluímos ainda uma classificação dos problemas por áreas, que pensamos ser útil para o leitor.

Desde a sua criação, as Olimpíadas Portuguesas de Matemática cresceram de forma avassaladora. O concurso nasceu em 1980, com o nome de Mini-Olimpíadas de Matemática, sob a égide da Delegação Regional do Centro da Sociedade Portuguesa de Matemática e por iniciativa de António Leal Duarte, Jaime Carvalho e Silva e João Filipe Queiró, matemáticos da Universidade de Coimbra, com o objectivo de contribuir para incentivar e desenvolver o gosto, nos estudantes dos Ensinos Básico e Secundário, pela Matemática. A constatação do sucesso que este tipo de concursos tinha em diversos países do mundo, motivou aqueles matemáticos a propor a criação de umas Olimpíadas de Matemática em Portugal. O âmbito geográfico das primeiras edições foi, no essencial, a região centro do País. No entanto, o entusiasmo e a crescente solicitação das escolas motivou a Sociedade Portuguesa de Matemática a estender a realização das Olimpíadas de Matemática a todo o País. O primeiro concurso de âmbito nacional decorreu durante o ano lectivo de 1982/83 e teve a sua final nacional realizada, como não poderia deixar de ser, no Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra. Nesta primeira edição do concurso participaram 151 escolas e 6028 alunos. Podem não parecer números muito impressionantes, mas se tivermos em conta as dificuldades de comunicação e de recenseamento da rede escolar na altura, representam o resultado de um esforço notável em chegar às Escolas Básicas e Secundárias de todo o País. Ao longo dos anos o concurso foi alterando a sua denominação: primeiro Olimpíadas Nacionais de Matemática e, mais tarde, Olimpíadas Portuguesas de Matemática, denominação que ainda hoje mantém e que foi fruto da crescente participação de estudantes portugueses em provas internacionais. A forma de organização das Olimpíadas de Matemática sempre dependeu muito da vontade (voluntária) dos docentes das nossas escolas em participar e colaborar, o que torna ainda mais notável o sucesso que as Olimpíadas de Matemática têm tido: o número de escolas actualmente envolvidas nas Olimpíadas Portuguesas de Matemática representa cerca de 80% das escolas existentes em Portugal!

Do ponto de vista científico, as Olimpíadas de Matemática têm sido asseguradas, quase exclusivamente, por docentes do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra. Se os matemáticos que propuseram a sua criação foram os principais responsáveis nos primeiros anos, a equipa que elabora as diversas provas, que ano após ano são submetidas à curiosidade e imaginação dos nossos estudantes, foi sendo sucessivamente renovada, aproveitando o empenho e o saber de jovens investigadores, alguns deles concorrentes em edições anteriores do concurso. Não tentaremos aqui apresentar uma lista dos nomes de todos os envolvidos. Atendendo ao número de colaboradores e à informalidade com que essa colaboração era encarada, isso levar-nos-ia a cometer injustiças. Não queremos deixar, no entanto, de realçar a qualidade do trabalho efectuado: além de enunciados sem gralhas e dúvidas de interpretação, estes eram acompanhados por sugestões de resolução e de classificação que raramente levantaram dúvidas ou erróneas interpretações.

Pensamos que Portugal precisa de iniciativas com os objectivos a que as Olimpíadas de Matemática se propõem: contribuir para o desenvolvimento e gosto pela prática da Ciência. Julgamos imprescindível que se altere a onda de facilitismo que tem inundado o ensino no nosso País e a aversão a qualquer diferença de atitudes entre os seus utentes. Esperamos que estes volumes também possam contribuir para este fim.

Encerramos esta apresentação citando o Professor Arthur Engel, presidente do Júri da XXX Olimpíada Internacional de Matemática (Alemanha, 1990), a primeira prova internacional em que o nosso País participou, sob a responsabilidade da Sociedade Portuguesa de Matemática:

*«Caros jovens concorrentes, a Matemática é a mais internacional de todas as ciências. Para fazer Matemática não é preciso equipamento caro. Basta uma boa cabeça, um lápis afiado e muito papel. Isto faz com que as Olimpíadas Internacionais de Matemática (OIM) sejam muito mais populares do que outros concursos científicos internacionais. Esta situação ainda não foi alterada pelo computador, embora os matemáticos o usem cada vez mais como ferramenta de investigação. Mas, mesmo assim, tanto quanto se pode prever, vocês continuarão a precisar só de cabeça, papel e lápis.*

*Nós temos uma grande vantagem sobre os nossos colegas dos desportos físicos. Não temos problemas de doping! Ainda não foi descoberta nenhuma droga que aumente a capacidade de resolver problemas. Todas a diminuem. Portanto, vocês ficarão em desvantagem se usarem drogas, sejam elas quais forem.*

*Desde Abril que começaram a chegar, de todos os continentes, problemas para a XXX OIM. Percorrendo esses problemas, vemos que a Matemática é exactamente igual em todo o planeta. Parece que os matemáticos trabalham por todo o lado no mesmo tipo de questões. Nestes últimos dias o júri escolheu os seis problemas para vocês resolverem. Estou perfeitamente convencido de que serão capazes de os resolver. Com efeito, nos últimos 25 anos nunca conseguimos propor um problema que nenhum de vós fosse capaz de resolver. Por exemplo, nenhum de nós conseguiu resolver o Problema 6 do ano passado. Como era um problema de Teoria dos Números, foi também proposto aos quatro maiores especialistas australianos em Teoria dos Números. Cada um deles trabalhou no problema durante um dia inteiro e, apesar disso, nenhum foi capaz de o resolver. Mas onze de vós conseguiram-no! Parabéns para eles e boa sorte para vocês desta vez.»*

Uma palavra final de agradecimento é devida a Maria Edite do Rosário pela ajuda determinante na recolha dos enunciados das primeiras edições das

Olimpíadas de Matemática. Gostaríamos ainda de agradecer à direcção nacional da Sociedade Portuguesa de Matemática, na pessoa do seu presidente, Nuno Crato, e da responsável pelas Olimpíadas de Matemática, Ercília Sousa, todo o incentivo e empenho que colocaram na edição destes volumes.

Costa Nova e Figueira da Foz, Agosto de 2006

Jorge Picado  
picado@mat.uc.pt

Paulo Oliveira  
paulo@mat.uc.pt