



# Actividades Matemáticas

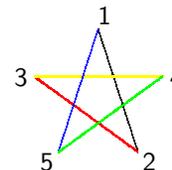
www.mat.uc.pt/actividades

Actividade 3 - 18.03.2006 - Grupo 10/12 anos

DIVISIBILIDADE

## PROBLEMA 6

Se numerarmos de 1 a 5 os vértices da estrela indicada na figura e em seguida percorrermos a estrela no mesmo sentido, colocando o número 6 no vértice 1, o número 7 no vértice 2, o número 8 no vértice 3 e assim sucessivamente até ao número 2006, em que vértice fica este número?



## PROBLEMA 7

O António e a Catarina começaram a trabalhar no mesmo dia. O horário do António consiste em 3 dias de trabalho e depois um dia de descanso, enquanto que a Catarina trabalha 7 dias seguidos e descansa nos três dias seguintes. Quantos dias de descanso tiveram em comum nos primeiros 1000 dias?

## PROBLEMA 8

Qual é o algarismo das unidades do número  $7^{777}$ ?

## PROBLEMA 9

A Joana e o Joaquim lançam varetas de diversas cores sobre uma mesa. Depois, cada jogador tenta retirá-las uma a uma do monte, sem que as outras se mexam. Quando as varetas se mexem a partida é interrompida, dá-se a vez ao outro jogador, e a pontuação daquela jogada é o produto dos valores de cada vareta retirada.

A cada vareta corresponde uma pontuação, indicada em seguida:

	2 pontos		5 pontos		30 pontos
	3 pontos		6 pontos		

- (a) Numa jogada o Joaquim tirou três varetas azuis. Será que o Joaquim poderia obter a mesma pontuação com outra jogada diferente? Indica todas as jogadas possíveis nestas condições.
- (b) É possível obter 80 pontos numa jogada sem retirar nenhuma vareta verde?



# Actividades Matemáticas

www.mat.uc.pt/actividades

Actividade 3 - Soluções - 18.03.2006 - Grupo 10/12 anos

DIVISIBILIDADE

## PROBLEMA 6

Como  $2006 = 5 \times 401 + 1$ , o número 2006 é colocado no vértice 1.

## PROBLEMA 7

O horário do António repete-se de 4 em 4 dias (3 dias de trabalho, T, mais um dia de descanso, D) e o da Catarina de 10 em 10 dias (7 dias T + 3 dias D). Como  $m.m.c.(4, 10) = 20$  basta ver quantos dias de descanso têm em comum em 20 dias.

António	TTTDTTTDTTTDTTTDTTD
Catarina	TTTTTTDDDDTTTTTTDDDD

Pela tabela verifica-se que em cada 20 dias há dois dias de descanso em comum. Assim nos primeiros 1000 ( $= 50 \times 20$ ) dias tiveram  $50 \times 2 = 100$  dias de descanso em comum.

## PROBLEMA 8

Observe-se que as primeiras potências de 7 são  $7^1 = 7$ ,  $7^2 = 49$ ,  $7^3 = 343$ ,  $7^4 = 2401$ ,  $7^5 = 16807, \dots$  O algarismo das unidades de cada potência de 7 é obtido multiplicando o algarismo das unidades da potência anterior por 7. Logo, o algarismo das unidades de cada potência de 7 é 7, 9, 3 ou 1, repetindo-se sucessivamente por esta ordem, à medida que o expoente da potência aumenta. Como  $777 = 194 \times 4 + 1$ , então o algarismo das unidades de  $7^{777} = 7^{194 \times 4 + 1}$  é o mesmo que o de  $7^1$ , ou seja, 7.

## PROBLEMA 9

- (a) As três varetas azuis perfazem a pontuação de 216 pontos ( $6 \times 6 \times 6 = 216$ ). Para descobrir outras combinações que correspondam a esta pontuação, é preciso decompor o número 216 no produto de números primos ( $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$ ). Então, cada uma das varetas azuis pode ser trocada por uma amarela e uma encarnada. As verdes e as pretas não correspondem a esta pontuação pois 216 não é divisível por 5, nem por 30.

AGORA PARA PENSAR: Quantas combinações diferentes há?

- (b) Decompondo o número 80, obtém-se  $80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$ . Como as varetas verdes valem 5 e o número só é formado pelos primos 2 e 5, é impossível obter 80 pontos sem tirar nenhuma vareta verde.