



Canguru Matemático sem fronteiras 2008

Categoria: Júnior

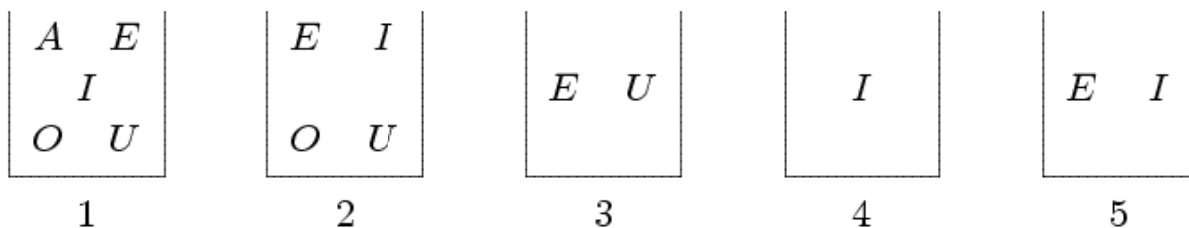
Duração: 1h30min

Destinatários: alunos dos 10º e 11º anos de Escolaridade

Não podes usar calculadora. Há apenas uma resposta correcta em cada questão. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão errada, és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. Temos 5 caixas e cada uma contém alguns cartões com letras escritas (A, E, I, O, U), como mostra a figura. O Pedro está a retirar cartões de cada caixa de modo a que, no final, cada caixa só tenha um cartão e caixas diferentes tenham cartões com letras diferentes. Qual é a carta que fica na caixa 2?



- A) A B) E C) I D) O E) U

2. O Filipe e o Gabriel fizeram uma corrida de 200 m. O Gabriel correu os 200 m em metade de um minuto e o Filipe na centésima parte de uma hora. Qual foi o mais rápido e por quantos segundos?

- A) O Gabriel por 36 segundos B) O Filipe por 24 segundos
 C) O Gabriel por 6 segundos D) O Filipe por 4 segundos
 E) Fizeram o mesmo tempo

3. Este ano, no dia de Ano Novo, o Jorge vestiu uma T-shirt que tinha 2008 escrito e fez o pino (mãos no chão e pés no ar) em frente a um espelho. Ao seu lado, de pé, estava o amigo Pedro. Qual das seguintes imagens viu o Pedro no espelho?

- | | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 2008 | 5008 | 8002 | 8005 | 2005 |
| A) | B) | C) | D) | E) |

4. Considera as seguintes igualdades:

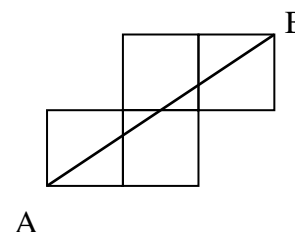
$$a = 2 - (-4), \quad b = (-2) \cdot (-3), \quad c = 2 - 8, \quad d = 0 - (-6), \quad e = (-12)/(-2)$$

Quantos destes resultados é que não são iguais a 6?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

5. Se a medida de lado de cada um dos quadrados da figura for de 1 m, qual é a medida do comprimento do segmento $[AB]$?

- A) 5 B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$
D) $\sqrt{5}$ E) Nenhuma das anteriores



6. Qual é o menor número de letras que se deve remover à palavra "KANGOUROU" de modo que as letras restantes fiquem ordenadas alfabeticamente?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. Cada letra é um algarismo, um algarismo é apenas uma letra. Considera a adição

$$\begin{array}{r} \text{O C} \\ + \text{C O} \\ \hline \text{N O N} \end{array}$$

Que algarismo é C?

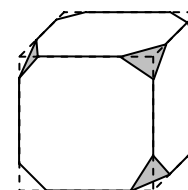
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 8 E) 9

8. O Tomás e o Jeremias cortam, cada um o seu, dois rectângulos de cartão idênticos. O Tomás obteve dois rectângulos cada um com 40 cm de perímetro e o Jeremias obteve dois rectângulos cada um com 50 cm de perímetro. Qual era o perímetro de cada um dos rectângulos iniciais?

- A) 40 cm B) 50 cm C) 60 cm D) 80 cm E) 100 cm

9. Um cubo tem todos os seus vértices cortados, como se mostra na figura. Quantas arestas tem o poliedro resultante?

- A) 26 B) 30 C) 36 D) 40 E) 48



10. Um aluno fez um teste de ortografia e obteve a classificação de 1 valor (a classificação máxima nos testes é de 5 valores). Se começar a estudar com afinco e tiver a classificação máxima em todos os testes, quantos testes ainda serão necessários fazer para que a média seja de 4 valores?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Problemas de 4 pontos

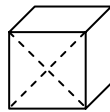
11. Sete amigos nasceram no mesmo dia, mas em 7 anos consecutivos. Os 3 amigos mais novos somam 42 anos de idade, qual a soma das idades dos 3 mais velhos?

- A) 51 B) 54 C) 57 D) 60 E) 63

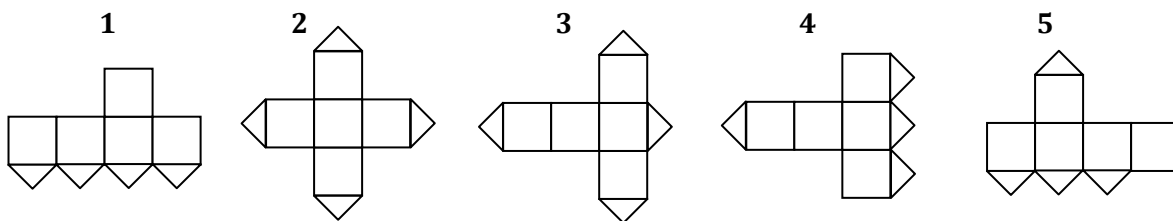
12. O Abel tem 10 cartas e, em cada uma, está escrito um dos números 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 48, 53, 68. Qual é o menor número de cartas que o Abel deve escolher para que a soma dos números nas cartas escolhidas seja igual a 100?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) É impossível fazer isto

13. Uma das faces de um cubo é cortada ao longo das suas diagonais (ver figura).



Quais das seguintes planificações é que não permitem reconstruir o cubo representado na figura anterior?



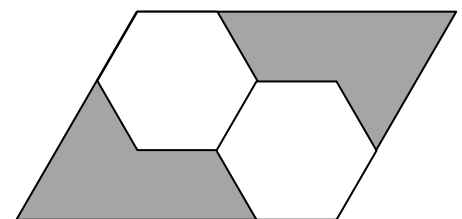
- A) 1 e 3 B) 1 e 5 C) 3 e 4 D) 3 e 5 E) 2 e 4

14. Uma caixa contém sete cartas. As cartas estão numeradas de 1 a 7. A Ana tira, ao acaso, três cartas da caixa e depois o Pedro tira, ao acaso, duas cartas. Ficam duas cartas na caixa. Depois a Ana diz ao Pedro com toda a certeza: "Eu sei que a soma dos números das tuas cartas é um número par." Então, a soma dos números das cartas da Ana é igual a:

- A) 10 B) 12 C) 6 D) 9 E) 15

15. Os dois hexágonos regulares na figura são geometricamente iguais e têm um lado em comum. Qual é a fracção da área do paralelogramo que está a sombreado?

- A) 1/2 B) 1/3 C) 1/4
D) 1/5 E) 1/6



16. Num grupo de amigos, as raparigas são mais do que 45%, e menos do que 50% do total. Qual é o menor número possível de raparigas nesse grupo?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

17. A Helena e o Pedro vão fazer uma caminhada entre duas localidades. No ponto de partida têm a informação de que o tempo de percurso para chegar ao destino é de 2 horas e 55 minutos (a pé). Partem às 12 horas e passada uma hora de caminhada eles sentam-se para descansar 15 minutos. Nesse local obtêm nova informação de que se encontram a 1 hora e 15 minutos do seu destino. Continuando a sua marcha à mesma velocidade que anteriormente, sem paragens, a que horas alcançarão eles o seu destino?

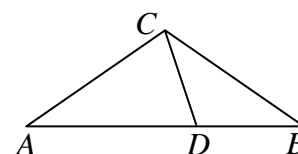
- A) Às 14:30 B) Às 14:00 C) Às 14:55 D) Às 15:10 E) Às 15:20

18. Quantos algarismos, no máximo, podem ser apagados do número com 1000 algarismos, 20082008...2008, de modo que a soma dos algarismos restantes seja 2008?

- A) 260 B) 510 C) 746 D) 1020 E) 130

19. Considera o triângulo isósceles $[ABC]$ ($\overline{CA} = \overline{CB}$). O ponto D pertence ao lado $[AB]$ e é tal que $\overline{AD} = \overline{AC}$ e $\overline{DB} = \overline{DC}$ (ver a figura). Qual é a medida da amplitude de $\angle ACB$?

- A) 98° B) 100° C) 104°
D) 108° E) 110°



20. Quantos pares de números reais existem tais que a soma, o produto e o quociente dos dois números do par sejam iguais?

- A) Nenhum par B) 1 par C) 2 pares D) 4 pares E) 8 pares

Problemas de 5 pontos

21. Na representação de um número de seis algarismos, na base decimal, cada algarismo a partir do terceiro, inclusive, (lido da esquerda para a direita) é igual à soma dos dois algarismos anteriores. Quantos números de 6 algarismos possuem esta propriedade?

- A) Nenhum B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

22. O máximo divisor comum de dois inteiros positivos m e n é 12, e o mínimo múltiplo comum deles é um quadrado perfeito (ou seja, é um número natural que pode ser expresso como o quadrado de outro número natural). Entre os 5 números $\frac{n}{3}, \frac{m}{3}, \frac{n}{4}, \frac{m}{4}, m \cdot n$, quantos deles é que são quadrados perfeitos?

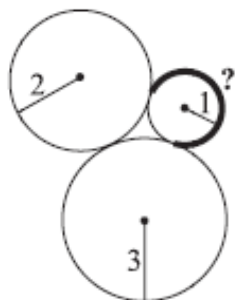
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

E) É impossível determinar

23. Se $n! = 2^{15} \times 3^6 \times 5^3 \times 7^2 \times 11 \times 13$ (onde $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$), então o valor de n é:

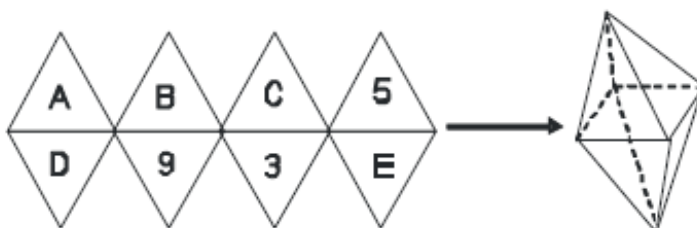
- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

24. Na figura estão apresentadas três circunferências tangentes e com os raios indicados. Qual é o perímetro do arco da circunferência, representado na figura, a traço grosso?



- A) $\frac{5\pi}{4}$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

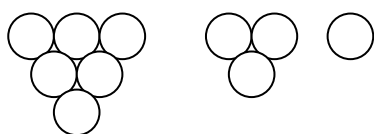
25. Os oito triângulos equiláteros indicados na figura podem ser dobrados de modo a formar um octaedro regular.



Para construir um Octaedro Mágico, substitui as letras *A, B, C, D* e *E* pelos números 2, 4, 6, 7 e 8, podendo não ser por esta ordem (sem repetição), de modo a que a soma dos números das quatro faces que partilham o mesmo vértice seja igual a *S*. No teu Octaedro Mágico, qual é o valor de *B+D*?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

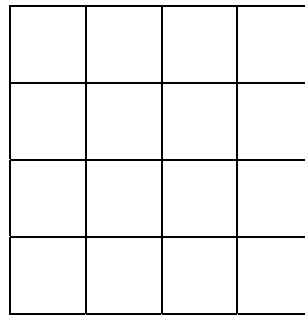
26. Uma 3-pirâmide é construída sobrepondo as 3 camadas das seguintes bolas:



Do mesmo modo, podemos construir uma 4-pirâmide, uma 5-pirâmide, etc. Todas as bolas da fronteira de uma 8-pirâmide são pretas (as bolas estão na fronteira se tocam o tetraedro circunscrito) e as bolas interiores são brancas. Que tipo de sólido formam as bolas brancas?

- A) 3-pirâmide B) 4-pirâmide C) 5-pirâmide D) 6-pirâmide E) 7-pirâmide

27. Uma tabela quadrada 4 x 4 está dividida em 16 unidades quadradas (ver a figura). Encontra o maior número possível de diagonais que podemos desenhar nas unidades quadradas de modo que nenhuma diagonal toque noutra (incluindo as pontas).

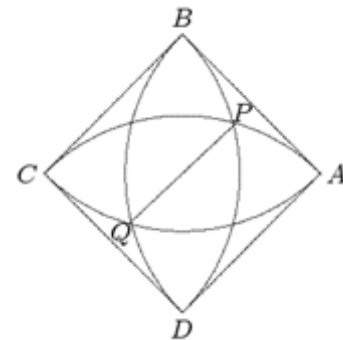


- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

28. O Canguru Saltitas faz sempre saltos de 1 m ou 3 m de comprimento. O Saltitas quer percorrer exactamente 10 m. De quantas maneiras diferentes pode ele percorrer os 10m? (1+3+3+3 e 3+3+3+1 são duas possibilidades diferentes.)

- A) 28 B) 34 C) 35 D) 55 E) 56

29. Na figura, $[ABCD]$ é um quadrado de medida de lado igual a 1 e os quartos de circunferência têm centros em A, B, C e D . Qual é a medida de comprimento de $[PQ]$?



- A) $2 - \sqrt{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3} - 1$

30. Considera um número com 2007 algarismos em que, escolhendo dois algarismos consecutivos, se obtém sempre um número divisível por 17 ou por 23. Quantos números diferentes existem nestas condições?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) Mais de 9