

Canguru Matemático sem Fronteiras 2010



Categoria: Júnior

Duração: 1h30min

Destinatários: alunos dos 10° e 11° Anos de Escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

Não podes usar calculadora. Há apenas uma resposta correcta em cada questão. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correcta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em $1/4$ dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

1. Qual é o resultado da divisão de 20102010 por 2010?

- (A) 11 (B) 101 (C) 1001
(D) 10001 (E) Não é um número inteiro

2. O Ivo obteve 85% dos pontos de um teste e o Tiago obteve 90% dos pontos do mesmo teste. Contudo, o Tiago só obteve mais um ponto que o Ivo. Qual é o número total de pontos do teste?

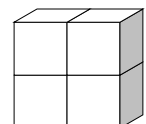
- (A) 5 (B) 17 (C) 18 (D) 20 (E) 25

3. Se a soma dos números de cada uma das linhas for igual, qual é o valor de *?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*

- (A) 1010 (B) 1020 (C) 1910 (D) 1990 (E) 2020

4. O sólido representado na figura é formado por quatro cubos geometricamente iguais. A área da superfície de cada um deles é 24 cm^2 . Qual é a área da superfície do sólido?

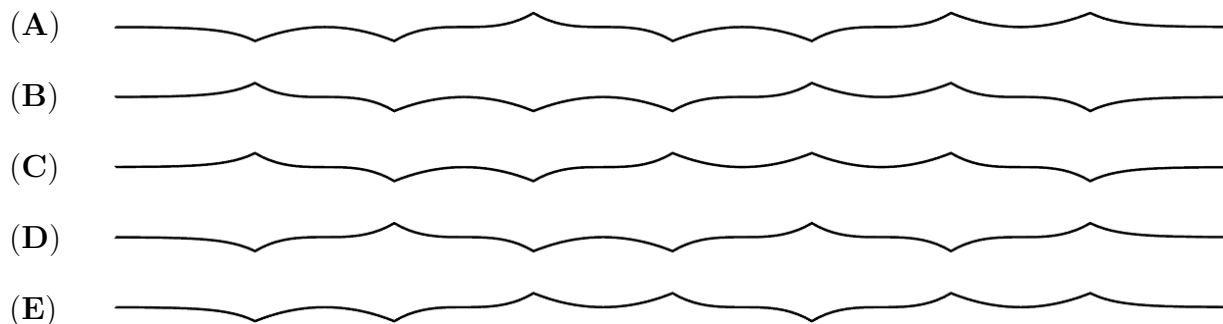


- (A) 80 cm^2 (B) 64 cm^2 (C) 40 cm^2 (D) 32 cm^2 (E) 24 cm^2

5. Em cada aniversário a Rosa recebe tantas flores quantos os seus anos. Ela seca e guarda as flores, tendo agora 120 flores. Que idade tem a Rosa?

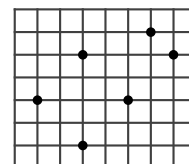
- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 15 (E) 20

6. Uma tira de papel foi dobrada ao meio, por três vezes, e depois desdobrada completamente de tal modo que ainda são visíveis as 7 dobras. Qual das seguintes vistas laterais não pode ser obtida por aquele processo?



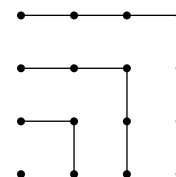
7. Estão marcados 6 pontos em vértices dos quadrados de uma folha quadriculada. Qual das seguintes figuras geométricas não pode ter todos os seus vértices naqueles pontos?

- (A) Quadrado
- (B) Paralelogramo não equilátero
- (C) Trapézio
- (D) Triângulo obtusângulo
- (E) Todas as figuras de (A) a (D) podem



8. A partir da figura podemos verificar que $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \times 4$. Qual é o valor de $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$?

- (A) 14×14
- (B) 9×9
- (C) $4 \times 4 \times 4$
- (D) 16×16
- (E) 4×9

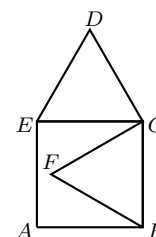


9. A Bárbara esteve de férias em Verona e num dos passeios atravessou, pelo menos uma vez, cada uma das cinco famosas pontes sobre o rio Adige. Nesse passeio ela iniciou a caminhada a partir da estação de comboios e, quando regressou à estação, tinha atravessado todas aquelas cinco pontes e nenhuma outra. Durante o seu percurso, a Bárbara atravessou o rio n vezes. Qual é um valor possível para n ?

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6
- (E) 7

10. Na figura, $[ABCE]$ é um quadrado enquanto que $[BCF]$ e $[CDE]$ são triângulos equiláteros. Se $\overline{AB} = 1$, qual é o valor de \overline{FD} ?

- (A) $\sqrt{2}$
- (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (C) $\sqrt{3}$
- (D) $\sqrt{5} - 1$
- (E) $\sqrt{6} - 1$



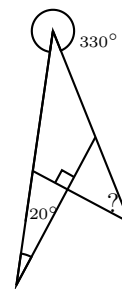
Problemas de 4 pontos

11. O meu professor disse que o produto da sua idade pela idade do seu pai é 2010. Em que ano nasceu o meu professor?

- (A) 1943
- (B) 1953
- (C) 1980
- (D) 1995
- (E) 2005

12. Qual é a amplitude do ângulo marcado com o ponto de interrogação?

- (A) 10° (B) 20° (C) 30° (D) 40° (E) 50°

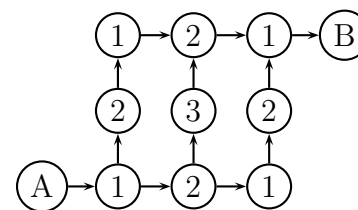


13. Quantos números naturais existem tais que a soma dos seus algarismos é 2010 e o produto dos seus algarismos é 2?

- (A) 2010 (B) 2009 (C) 2008 (D) 1005 (E) 1004

14. Na figura temos de ir do círculo A para o círculo B seguindo as setas. Em cada caminho calculamos a soma de todos os números dos círculos que atravessamos. Quantas somas diferentes podemos obter?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

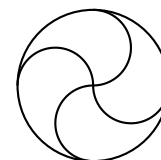


15. Três terças-feiras de um dado mês coincidem com datas representadas por números pares. Qual é o dia da semana correspondente ao 21º dia desse mês?

- (A) Quarta-feira (B) Quinta-feira (C) Sexta-feira (D) Sábado (E) Domingo

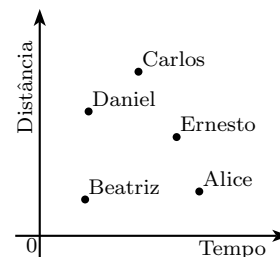
16. Um círculo com 4 cm de raio é dividido em quatro partes geometricamente iguais por arcos de 2 cm de raio, como mostra a figura. Qual é o perímetro de cada uma das partes resultantes?

- (A) 2π (B) 4π (C) 6π (D) 8π (E) 12π



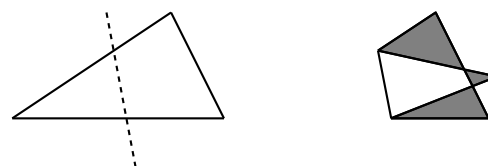
17. O gráfico na figura mostra a distância percorrida e o tempo utilizado em provas de atletismo efectuadas por 5 alunos. Quem foi o mais rápido?

- (A) Alice (B) Beatriz (C) Carlos (D) Daniel (E) Ernesto



18. O triângulo da primeira imagem da figura ao lado é dobrado ao longo da linha a tracejado, de modo a obtermos a segunda imagem da figura. A área do triângulo é 1,5 vezes maior do que a área da segunda imagem na figura ao lado. Sabendo que a medida da área total das três regiões sombreadas é 1, qual é a medida da área do triângulo original?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4
(D) 5 (E) É impossível determinar



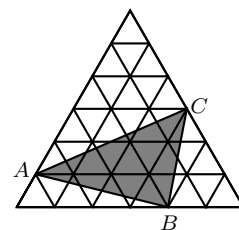
19. Num parque de supermercado há duas filas de carrinhos que estão encaixados uns nos outros. A primeira fila tem dez carrinhos e tem 2,9 m de comprimento. A segunda fila tem vinte carrinhos e tem 4,9 m de comprimento. Qual é o comprimento de cada um dos carrinhos?

- (A) 0,8 m (B) 1 m (C) 1,1 m (D) 1,2 m (E) 1,4 m



20. O maior triângulo equilátero na figura é composto por 36 pequenos triângulos equiláteros, cada um com 1 cm^2 de área. Qual é a área do triângulo $[ABC]$?

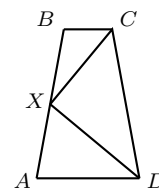
- (A) 11 cm^2 (B) 12 cm^2 (C) 13 cm^2 (D) 14 cm^2 (E) 15 cm^2



Problemas de 5 pontos

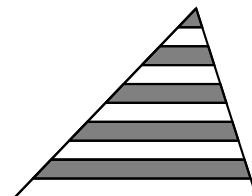
21. No trapézio $[ABCD]$, $\overline{AB} = \overline{CD}$, X é o ponto médio do segmento $[AB]$, $\overline{BX} = 1$ e $\widehat{DXC} = 90^\circ$. Qual é o perímetro do trapézio $[ABCD]$?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7
(D) 8 (E) É impossível determinar



22. Na figura ao lado, as linhas paralelas à base do triângulo dividem cada um dos outros dois lados do triângulo em 10 segmentos com o mesmo comprimento. Qual é a percentagem da área do triângulo que está a cinzento?

- (A) 41,75% (B) 42,5% (C) 45% (D) 46% (E) 47,5%



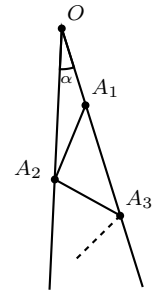
23. Para quantos números naturais n , com $1 \leq n \leq 100$, é que o número n^n é um quadrado perfeito?

- (A) 5 (B) 50 (C) 55 (D) 54 (E) 15

24. No reino das algas arco-íris vivem polvos de seis, sete e oito tentáculos. Os polvos que têm 7 tentáculos mentem sempre, enquanto que os polvos com 6 ou 8 tentáculos dizem sempre a verdade. Um dia encontraram-se quatro polvos. O polvo azul disse: “Ao todo temos 28 tentáculos”; o verde disse: “Ao todo temos 27 tentáculos”; o amarelo disse: “Ao todo temos 26 tentáculos”; o vermelho disse: “Ao todo temos 25 tentáculos”. Quantos tentáculos tem o polvo vermelho?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8
(D) 6 ou 8 (E) É impossível determinar

25. Na figura, a amplitude do ângulo α é 7° , os segmentos $[OA_1]$, $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$, ... têm todos o mesmo comprimento e os sucessivos pontos A_1 , A_2 , A_3 , ... estão cada vez mais distantes do ponto O . Qual é o maior número de segmentos que podem ser desenhados desta forma?



- (A) 11 (B) 12 (C) 13
(D) 14 (E) Tantos quanto queiramos

26. Os três primeiros termos de uma sucessão são 1, 2 e 3. Do quarto termo em diante, cada termo da sucessão é calculado a partir dos 3 termos anteriores, subtraindo o último termo à soma do penúltimo com o antepenúltimo termo. Os sete primeiros termos da sucessão são: 1, 2, 3, 0, 5, -2 e 7. Qual é o 2010º termo da sucessão?

- (A) -2006 (B) 2008 (C) -2002
(D) -2004 (E) Outra resposta

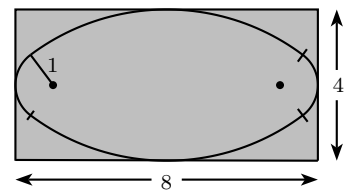
27. A cada lado de um pentágono está associado um número natural de tal forma que os números associados a lados adjacentes admitem a unidade como único divisor comum, enquanto que números associados a lados não adjacentes têm sempre um divisor comum maior do que 1. Existem várias possibilidades, mas um dos seguintes números nunca poderá estar associado a um lado do pentágono. Qual é esse número?

- (A) 15 (B) 18 (C) 19 (D) 21 (E) 22

28. Quantos números naturais de três algarismos têm a propriedade de que o algarismo das dezenas é a média dos outros dois?

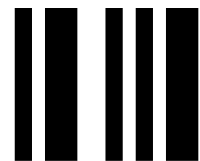
- (A) 12 (B) 16 (C) 25 (D) 36 (E) 45

29. Uma oval é construída por quatro arcos de círculo. A oval tem um eixo de simetria vertical e um eixo de simetria horizontal. A oval encaixa-se exactamente num rectângulo com dimensões 4×8 e as mediatrizes dos lados do rectângulo são os eixos de simetria da oval. O raio do arco mais pequeno é 1. Qual é o raio do arco maior?



- (A) 6 (B) 6,5 (C) 7 (D) 7,5 (E) 8

30. Um código de barras, como mostra a figura, é composto por faixas alternadas de cor branca ou preta, começando e terminando sempre com uma faixa preta. Cada faixa (branca ou preta) tem largura 1 ou 2, e a largura total do código de barras é de 12. Quantos códigos diferentes existem, lendo sempre da esquerda para a direita?



- (A) 24 (B) 132 (C) 66 (D) 12 (E) 116