

# Canguru Matemático sem Fronteiras 2018

Categoria: Júnior

Duração: 1h 30min

Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

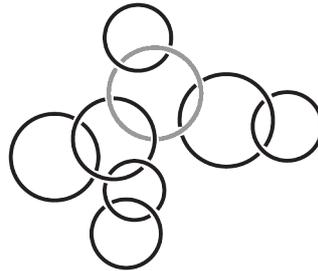
**Não podes usar calculadora.** Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em  $1/4$  dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

## Problemas de 3 pontos

1. Na minha família, cada criança tem pelo menos dois irmãos rapazes e pelo menos uma irmã. Qual é o menor número possível de crianças na minha família?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7

2. Na figura estão representadas algumas correntes formadas por anéis. Por exemplo, existe pelo menos uma corrente que contém o anel mais claro. Quantos anéis existem na corrente mais longa?



- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7

3. As medidas dos comprimentos de dois lados de um triângulo não degenerado são 5 e 2, e a medida do comprimento do terceiro lado é um número inteiro ímpar. Qual é a medida do comprimento do terceiro lado?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7

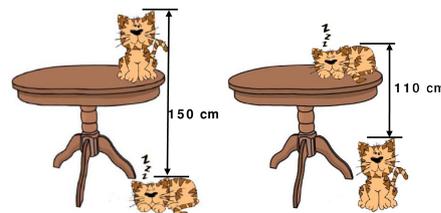
4. A soma de cinco números inteiros consecutivos é  $10^{2018}$ . Qual é o terceiro maior dos cinco números?

- (A)  $10^{2013}$               (B)  $5^{2017}$               (C)  $10^{2017}$               (D)  $2^{2018}$               (E)  $2 \times 10^{2017}$

© Canguru Matemático. Todos os direitos reservados. Este material pode ser reproduzido apenas com autorização do Canguru Matemático ®

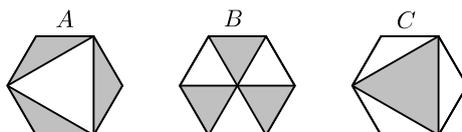


5. A distância entre a parte superior do gato deitado no chão e a parte superior do gato sentado em cima da mesa é 150 cm. A distância entre a parte superior do gato sentado no chão e a parte superior do gato deitado em cima da mesa é 110 cm. Qual é a altura da mesa?



- (A) 110 cm      (B) 120 cm      (C) 130 cm      (D) 140 cm      (E) 150 cm

6. Na figura,  $A$ ,  $B$  e  $C$  são hexágonos regulares congruentes tais que a medida da área da zona sombreada em cada um deles é  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , respetivamente.



Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A)  $X = Y = Z$       (B)  $Y = Z \neq X$       (C)  $Z = X \neq Y$   
 (D)  $X = Y \neq Z$       (E)  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  são três valores diferentes

7. A Maria colheu 42 maçãs, 60 damascos e 90 cerejas. Ela quer distribuir todos estes frutos por pilhas idênticas (isto é, com o mesmo número de frutos de cada espécie) e dar uma pilha a cada um dos seus amigos. Qual é o maior número de pilhas que ela pode fazer?

- (A) 3      (B) 6      (C) 10      (D) 14      (E) 42

8. Alguns dos algarismos na adição correta, ao lado, foram substituídos pelas letras  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  e  $S$ , como indicado. Qual é o valor de  $P + Q + R + S$ ?

	P	4	5
+	Q	R	S
<hr style="border: none; border-top: 1px solid black;"/>			
	6	5	4

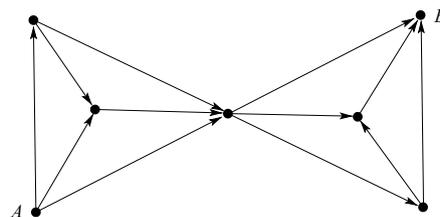
- (A) 14      (B) 15      (C) 16  
 (D) 17      (E) 24

9. Qual é a soma de 25% de 2018 com 2018% de 25?

- (A) 1009      (B) 2016      (C) 2018      (D) 3027      (E) 5045

10. Na figura, seguindo as setas, quantos caminhos diferentes existem de  $A$  para  $B$ ?

- (A) 20      (B) 16  
 (C) 12      (D) 9  
 (E) 6



## Problemas de 4 pontos

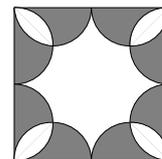
11. Dois prédios estão localizados no mesmo lado de uma rua, a uma distância de 250 metros um do outro. No primeiro prédio moram 100 estudantes e no segundo prédio moram 150 estudantes. Onde deve ser construída uma paragem de autocarro para que a soma das distâncias percorridas por estes 250 estudantes, para ir dessa paragem de autocarro até aos respetivos prédios, seja a menor possível?

- (A) Em frente ao primeiro prédio  
 (B) Entre os dois prédios, a 100 metros do primeiro prédio  
 (C) Entre os dois prédios, a 100 metros do segundo prédio  
 (D) Em frente ao segundo prédio  
 (E) Em qualquer sítio entre os dois prédios

12. Na sucessão  $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, \dots$ , para cada número natural  $n$ , há  $n$  termos iguais a  $n$ . De entre os primeiros 105 termos desta sucessão, quantos são divisíveis por 3?

- (A) 4                      (B) 12                      (C) 21                      (D) 30                      (E) 45

13. Oito semicírculos congruentes estão desenhados dentro de um quadrado com lados de comprimento 4, como se mostra na figura. Qual é a medida da área da parte não sombreada do quadrado?



- (A)  $2\pi$                       (B) 8                      (C)  $6 + \pi$   
 (D)  $3\pi - 2$                       (E)  $3\pi$

14. Num certo dia, 40 comboios viajaram entre duas das cidades  $M, N, O, P$  e  $Q$ . Verificou-se que: 10 comboios viajaram de  $M$  ou para  $M$ ; 10 comboios viajaram de  $N$  ou para  $N$ ; 10 comboios viajaram de  $O$  ou para  $O$ ; 10 comboios viajaram de  $P$  ou para  $P$ . Quantos comboios viajaram de  $Q$  ou para  $Q$ ?

- (A) 0                      (B) 10                      (C) 20                      (D) 30                      (E) 40

15. Na Faculdade de Letras (FL), um aluno pode estudar línguas, história e filosofia. Verificou-se que: 35% dos alunos que estudam línguas, estudam inglês; 13% dos alunos da FL estudam um idioma diferente do inglês; nenhum aluno estuda mais do que uma língua. Qual é a percentagem de alunos da FL que estudam línguas?

- (A) 13%                      (B) 20%                      (C) 22%                      (D) 48%                      (E) 65%

16. O Pedro queria comprar um livro, mas não tinha dinheiro. Ele comprou-o com a ajuda do pai e dos seus dois irmãos. O pai deu uma certa quantia em dinheiro e os dois irmãos deram, ao todo, o dobro dessa quantia. O irmão mais novo deu-lhe 10 euros. O irmão mais velho deu um terço do total dado pelo pai e pelo seu irmão mais novo. Qual foi o preço do livro?

- (A) 24 euros                      (B) 26 euros                      (C) 28 euros                      (D) 30 euros                      (E) 32 euros

17. Quantos números de 3 algarismos existem com a propriedade de o número de 2 algarismos obtido ao excluir o algarismo das dezenas ser igual a um nono do número original?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

18. Na expressão numérica seguinte, quantas vezes o termo  $2018^2$  aparece no radicando da raiz quadrada de modo a termos uma igualdade?

$$\sqrt{2018^2 + 2018^2 + \dots + 2018^2} = 2018^{10}$$

- (A) 5                      (B) 8                      (C) 18                      (D)  $2018^8$                       (E)  $2018^{18}$

19. Quantos algarismos tem o número resultante do cálculo:  $\frac{1}{9} \times 10^{2018} \times (10^{2018} - 1)$ ?

- (A) 2017                      (B) 2018                      (C) 4035                      (D) 4036                      (E) 4037

20. Num polígono regular com 2018 lados, os vértices estão numerados de 1 a 2018 de tal modo que números consecutivos estão em vértices adjacentes. Neste polígono são desenhadas duas diagonais. Uma dessas diagonais liga os vértices com os números 18 e 1018 e a outra liga os vértices com os números 1018 e 2000. Quantos vértices tem cada um dos três polígonos resultantes?

- (A) 38, 983 e 1001    (B) 37, 983 e 1001    (C) 38, 982 e 1001    (D) 37, 982 e 1000    (E) 37, 983 e 1002

## Problemas de 5 pontos

21. Vários números inteiros estão escritos num quadro, incluindo o número 2018. A soma de todos esses números inteiros é 2018. O produto desses números inteiros também é 2018. Qual das seguintes opções pode ser o número de números inteiros escritos no quadro?

- (A) 2016                      (B) 2017                      (C) 2018                      (D) 2019                      (E) 2020

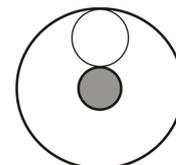
22. São dados quatro números positivos. Escolhemos três deles, calculamos a sua média aritmética e depois adicionamos o quarto número a esta média. Isto pode ser feito de quatro maneiras diferentes. Os resultados obtidos são 17, 21, 23 e 29. Qual é o maior dos quatro números?

- (A) 12                      (B) 15                      (C) 21                      (D) 24                      (E) 29

23. Os pontos  $A_0, A_1, A_2, \dots$  são colineares,  $\overline{A_0A_1} = 1$  e, para cada número inteiro não negativo  $n$ , o ponto  $A_n$  é o ponto médio do segmento  $[A_{n+1}A_{n+2}]$ . Qual é o comprimento do segmento  $[A_0A_{11}]$ ?

- (A) 171                      (B) 341                      (C) 512                      (D) 587                      (E) 683

24. Duas circunferências concêntricas de raios 1 e 9 formam um anel. No interior deste anel são desenhadas  $n$  circunferências que são, quando muito, tangentes duas a duas. Além disso, cada uma dessas circunferências é tangente às circunferências que delimitam o anel. (Um exemplo para  $n = 1$  é ilustrado na figura.) Qual é o maior valor possível para  $n$ ?



- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

