

Bons Raios Te

Meçam



Autor: Paulo Jorge Lourenço

Instituição: Instituto de Investigação Interdisciplinar da Universidade de Coimbra

Matemática do Planeta Terra (MPT) | Ano Internacional da Luz (AIL2015)

E-mail: paulojorgelourenco@gmail.com | mpt2013eventos@gmail.com

Link: http://bit.do/PTE_1_BRTM

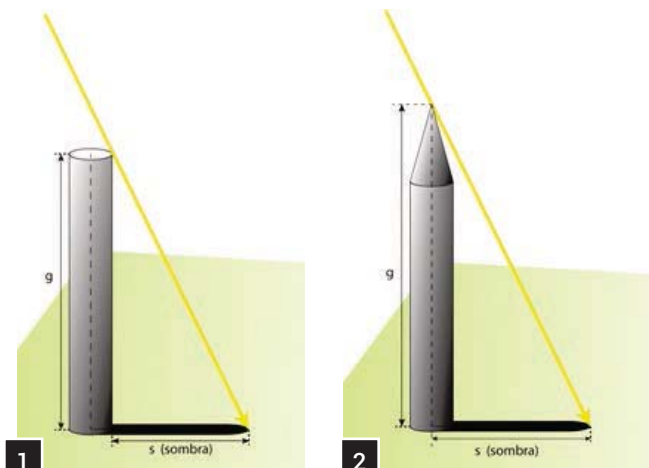
Resumo

Eratóstenes, analisando a inclinação dos raios solares ao meio dia solar do dia do solstício de Verão e recorrendo a alguma matemática, foi o primeiro a apresentar um valor para o “raio” da Terra. A tarefa que apresentamos trata-se de uma adaptação a esta simples experiência, feita pela primeira vez há mais de dois mil anos e pode ser adequada de acordo com o nível de ensino.

Contextualização da tarefa

Eratóstenes (276 a.C – 194 a.C), analisando a inclinação dos raios solares em Siena (atual cidade de Assuão, no Egito) e em Alexandria, ao meio dia solar do dia do solstício de Verão no hemisfério Norte (21 de Junho), e recorrendo a alguma matemática, foi o primeiro a apresentar um valor para o “raio” da Terra, mostrando assim a possibilidade de estimar a medida do “raio” da Terra usando os raios solares, para além de confirmar a sua conjectura sobre a forma esférica do nosso planeta.

Procedimentos



Material

//Equipamento com acesso à Internet
 //Cartolina ou papel de cenário
 //Fio-de-prumo e/ou nível
 //Gnómon (por exemplo: vara, lápis, poste, ...)
 //Régua ou fita métrica, esquadro, compasso
 //Relógio

Tempo de duração

90 Minutos

Procedimento

LOCALIZAÇÃO

Pode utilizar um equipamento de GPS e/ou um equipamento com acesso à Internet (Google Earth ou sítio na Internet para obtenção das coordenadas geográficas: http://bit.do/BRTM_GPS).

DECLINAÇÃO DO SOL E O RAIOS ANGULAR DO SOL (FACULTATIVO)

Poderá determinar o valor da Declinação do Sol nesse dia usando a fórmula:

$$\text{Declinação} = 23,45 \times \sin\left(\frac{360 \times (284 + N)}{365}\right)$$

Onde **N** é o número de dias desde o início do ano, ou seja, 1 para 1/01, 2 para 2/01, 32 para 1/02 e 365 (ou 366) para o dia 31/12. Esta fórmula permite calcular o valor da declinação, com uma aproximação suficiente para esta experiência. Pode ainda, em alternativa, consultar uma tabela de declinação solar (REF5).

O raio angular do Sol pode ser determinado à custa da divisão do valor do diâmetro angular do Sol do dia da aplicação da tarefa por $120 = (2 \times 60)$. Por sua vez, o valor do diâmetro angular do Sol pode ser consultado numa tabela com as efemérides solares (exemplo de tabela para o ano 2015 -> REF6).

DISTÂNCIA

A distância pretendida é a distância ao local sobre paralelo de latitude igual à declinação do Sol (nesse dia) e com a mesma longitude da localização da realização da experiência. Esta distância pode ser obtida recorrendo a um mapa e calculando a distância real atendendo à escala deste. Pode ainda fazer esta medição usando o *Google Earth* ou através de um medidor de distâncias *online* (REF 7).

MEIO DIA SOLAR

No momento da hora do meio-dia solar, a sombra dos objetos é mínima. Pode utilizar um calculador do meio-dia solar *online* (REF8) para constatar qual será o momento do meio-dia solar na sua localização. Aconselhamos também que acerte o seu relógio pessoal pela hora legal do seu país.

GNÓMON

Dê asas à criatividade e adapte um objeto que sirva para esse efeito, preferencialmente de forma cilíndrica. Recorra a materiais simples, de baixo custo e de fácil obtenção. Por exemplo, um lápis novo serve de gnómon. No entanto, é recomendável a utilização de um gnómon com uma altura de pelo menos 1 metro. Inspire-se nalguns dos registos fotográficos da atividade "Bons Raios Te Meçam" (REF9, REF10, REF11, REF12, REF13 e REF14).

LOCAL

Garantir que o plano do chão escolhido (soalho, mesa, tábua, etc.), onde assenta o gnómon (e a sombra projetada), está mesmo horizontal. Use uma régua com bolha de nível para se certificar da horizontalidade. Normalmente, os campos desportivos existentes nas escolas proporcionam uma boa base horizontal para a realização da experiência. Apesar disso, recomendamos o uso de um nível para comprovar essa característica do chão. Um pouco antes do meio-dia solar, deve fixar a cartolina ou a folha de papel de cenário com fita adesiva no local plano escolhido para as medições. Lembre-se de escolher um local onde não haverá sombra de prédios ou árvores. De seguida deverá erigir o gnómon escolhido, de modo a permitir o registo das sombras na cartolina (ou papel de cenário) e usar o fio-de-prumo ou uma régua com bolha de nível para se certificar de que este se encontra perfeitamente vertical relativamente ao solo. ▶

DISCIPLINAS ENVOLVIDAS

- Matemática
- História
- Geografia
- Física
- Informática



NÍVEL DE ENSINO

- Adaptável a diferentes níveis de ensino



PALAVRAS CHAVE

- Eratóstenes
- Raio
- Trigonometria
- Proporcionalidade
- Solstícios e Equinócios



OBSERVAÇÕES

- Trabalho individual ou em grupo com a supervisão do professor



REGISTOS

Aproximadamente meia hora antes da hora prevista para o meio-dia solar, inicie o registo da extremidade da sombra do gnómon na cartolina (ou papel de cenário) e a respetiva hora do registo. Repita este processo de cinco em cinco minutos. Durante estas anotações, irá aperceber-se que a sombra diminui de tamanho até atingir um tamanho mínimo num determinado instante e, depois, a sombra volta a aumentar de dimensão. Esse instante é o meio-dia solar e é, justamente, esta marcação que interessa para a tarefa. No final dos registos, deverá retirar o gnómon e medir a distância entre a marca da sombra mínima e o ponto onde estava a base do gnómon.

Se não conseguir constatar bem qual foi a posição da sombra mínima, pode construir a mediatriz do segmento definido por dois registos idênticos (antes e após o meio-dia solar) e assumir para medida da sombra mínima a distância do ponto onde estava erigido o gnómon ao ponto da interseção entre a mediatriz e o arco descrito pela extremidade da sombra.

De acordo com as imagens apresentadas, decida se deve usar como referência a superfície exterior do gnómon (Imagem 1) ou a posição do seu centro (Imagem 2) (figuras disponibilizadas pelo Observatório Astronómico de Lisboa).

Sempre que o gnómon não termina de forma pontiaguda, deverá proceder-se à correção do valor da sombra (ao valor mínimo obtido para a sombra deverá ser retirado metade do valor do diâmetro do gnómon (raio)).

A tarefa que apresentamos trata-se de uma adaptação a esta simples experiência, feita pela primeira vez há mais de dois mil anos por Eratóstenes. Esta tarefa pode ser adequada de acordo com o nível de ensino, de modo a garantir a utilização de conceitos com que os estudantes já estejam familiarizados.

Por exemplo, no caso de aplicação da tarefa a alunos que ainda não conheçam a trigonometria, o professor poderá realizar os cálculos (nomeadamente da determinação do amplitude do ângulo definido pelos raios solares e o gnómon), utilizando os dados dos alunos e encaminhá-los, de seguida, para o próximo passo.

Poderá ser aplicada durante o meio-dia solar de qualquer dia do ano, no entanto, torna-se mais simples quando implementada num dia de ocorrência de um solstício ou de um equinócio, uma vez que, nesses dias, são amplamente conhecidos os pontos do planeta Terra onde os raios solares incidem na perpendicular, o que conseqüentemente nos fornece o valor da declinação do sol.

A iniciativa “Bons Raios Te Meçam” surgiu no âmbito das comemorações do “Ano Internacional da Matemática do Planeta Terra” (MPT2013) e continua a ser dinamizada pelo projeto “Matemática do Planeta Terra” (MPT) que surgiu no seguimento das comemorações do MPT2013 e se encontra no terreno, sendo os seus principais objetivos: incentivar a investigação na identificação e na resolução de questões fundamentais sobre o Planeta Terra; incentivar educadores de todos os níveis de ensino para comunicar os problemas relacionados com o planeta Terra; informar o público sobre o papel essencial das ciências matemáticas para enfrentar os desafios do planeta Terra. Para conhecer melhor estes projetos e mais informações sobre a iniciativa consulte o sítio do MPT na Internet (REF1/REF2).

Existem diversos vídeos sobre este assunto que poderão servir de motivação à aplicação da tarefa. Sugerimos, portanto, a visualização de vídeos de uma lista disponibilizada no canal no YouTube do MPT (REF3), de modo a preparar uma introdução teórica e histórica dos conceitos associados.

Análise e interpretação dos resultados

O passo no procedimento referente à determinação da declinação do sol e do raio angular do sol pode ser omitido nos casos de aplicação da experiência num dia de ocorrência de um equinócio ou de um solstício. Uma vez que, aquando dos equinócios, os raios solares incidirão praticamente na perpendicular sobre o Equador e, por essa razão, poderá considerar que a declinação do Sol é zero. Já quando ocorre o solstício de Verão (hemisfério Norte – 21 de Junho) ou o solstício de Inverno (hemisfério Norte – 21 de Dezembro), os raios solares incidirão praticamente na perpendicular sobre o Trópico de Câncer ou sobre o Trópico de Capricórnio, respetivamente.

Após a obtenção do comprimento mínimo da sombra e da altura do gnómon (medido previamente), já tem todos os dados necessários para a determinação de um valor estimado para o raio do planeta Terra! Basta adicionar um pouco de Matemática...

Considere:

g - medida do comprimento do gnómon;

d - distância da sua localização ao paralelo de latitude igual à declinação do Sol (em km);

s - medida do comprimento da sombra (após correção);

α_m - amplitude do ângulo definido pelos raios solares e o gnómon;

α_{sol} - raio angular do Sol nesse dia;

α - distância zenital do sol;

P - valor estimado para perímetro do planeta Terra;

r - valor estimado para raio do planeta Terra.

Comece por determinar o valor do ângulo definido pelos raios solares e o gnómon (que é a distância zenital do sol no instante da passagem no meridiano local) utilizando a trigonometria, do seguinte modo: $\alpha_m = \tan^{-1}\left(\frac{s}{g}\right)$. Se realizou o passo opcional do procedimento experimental, poderá agora corrigir este valor, tendo em conta o facto de o Sol não ser um ponto, mas sim um disco luminoso. Atendendo a que o Sol tem, nesse dia, um determinado raio angular em graus (α_{sol}) deve adicionar este valor a α_m , para obter a correção da distância zenital do Sol: $\alpha = \alpha_m + \alpha_{sol}$

Se omitiu o referido passo, ignore agora este cálculo e utilize diretamente o valor do ângulo obtido.

Tendo os valores de ***a*** e ***d***, faz-se o cálculo estimado do perímetro da Terra, usando a expressão: $P = \frac{360 \times d}{\alpha}$ e conseqüentemente, determina-se o valor aproximado para o raio do planeta Terra, $r = \frac{P}{2\pi}$.

Para terminar, compare o seu resultado com o valor do raio equatorial terrestre: **6378,14 km**.

No decorrer da tarefa, poderão ser apresentadas inúmeras questões aos alunos. O professor poderá ir encaminhando os seus alunos no sentido de auto descobrirem o caminho para a obtenção da estimativa para o raio do planeta Terra. Com esta tarefa, os alunos constatarem rapidamente a existência de uma determinada curvatura da superfície terrestre e normalmente conseguem, através de esquemas, chegar a uma expressão para o perímetro (utilizando propriedades dos ângulos e a proporcionalidade direta).

Sugestões de Questões:

Quais os argumentos que terão levado Eratóstenes a concluir que a superfície terrestre não era plana?

Qual o momento do dia em que a sombra dos objetos é mínima?

Qual a relação entre o ângulo determinado (definido pelos raios solares e o gnómon) e ângulo ao centro correspondente ao arco de comprimento ***d*** (determinado no ponto 3 do procedimento experimental)?

Tecnografia

REF1 - mpt2013.pt

REF2 - <http://bit.do/BRTM>

REF3 - http://bit.do/BRTM_VIDEOS

REF4 - http://bit.do/BRTM_GPS

REF5 - http://bit.do/BRTM_DEC_sol

REF6 - http://bit.do/BRTM_efemerides_solares_2015

REF7 - http://bit.do/BRTM_DISTANCIA

REF8 - http://bit.do/BRTM_MEIO_DIA_SOLAR

REF9 - http://bit.do/BRTM_IED

REF10 - http://bit.do/BRTM_2ED

REF11 - http://bit.do/BRTM_3ED

REF12 - http://bit.do/BRTM_4ED

REF13 - http://bit.do/BRTM_5ED

REF14 - http://bit.do/BRTM_6ED

Do Planeta Terra ao **Espaço**

*Sugestões de tarefas experimentais
para dentro e fora da sala de aula*



FICHA TÉCNICA

Título: Do Planeta Terra ao Espaço - Sugestões de tarefas experimentais para dentro e fora da sala de aula

Novembro 2014

Editores:

Joana Latas, Lina Canas e Paulo Jorge Lourenço

Revisores científicos:

Ricardo Gafeira, Rosa Doran e Paulo Crawford

Revisores ortográfico:

Paulo Rodrigues

Autores:

Cláudio Paulo, Joana Latas, Leonor Cabral, Lina Canas, Lúcio Carvalho, Luís Cardoso, Manuel Penhor, Paula Furtado, Paulo Jorge Lourenço, Ricardo Gafeira, Rita Guerra, Rosa Doran

Capa e composição gráfica: João daSilva

Fotografias: ESO (www.eso.org); Free Images (www.freeimages.com)

Editor: HBD, Santo António, Príncipe, São Tomé e Príncipe – Projecto Eclipse 2013

Depósito legal: 381730/14

ISBN: 978-989-20-5053-9

Impressão: Excelências Portugal – Artes gráficas

Organizações:

Projecto Eclipse 2013: História e Ciência no Príncipe

Governo da Região Autónoma do Príncipe

HBD

Matemática do Planeta Terra

NUCLIO – Núcleo Interativo de Astronomia



Apoios:

Banco Internacional de São Tomé e Príncipe

Office of Astronomy for Development – International Astronomical Union



Colaborações:

Galileo Teacher Training Program



ISBN 978-989-20-5053-9

