

ATIVIDADE BONS RAIOS TE MEÇAM

21 de Março de 2014

INSTRUÇÕES

Material:

- cartolina ou papel de cenário;
- equipamento com acesso à internet;
- fio de prumo e/ou nível;
- gnómon (vara, lápis, poste, ...);
- régua ou fita métrica, esquadro, compasso;
- relógio.



Antes das medições...

1º Obter as coordenadas exatas da localização onde se vai efetuar a atividade.

Pode utilizar um equipamento de GPS e/ou um equipamento com acesso à internet ([Google Earth](#) ou [sítio na internet para obtenção das coordenadas geográficas](#)).

2º Determinar a Declinação do Sol e o raio angular do Sol para o dia da realização da experiência.

Ao meio dia solar do dia 21 de Março, o Sol incidirá praticamente na perpendicular sobre o Equador, já que será o [Equinócio de Primavera](#) (no hemisfério Norte). Por esta razão, para os nossos cálculos podemos considerar que a declinação do Sol é zero. Quem quiser ser mais rigoroso, poderá determinar o valor da Declinação do Sol nesse dia usando a fórmula:

$$\text{Declinação} = 23,45 \times \sin\left(\frac{360 \times 284 + N}{365}\right),$$

onde N é o número de dias desde o início do ano, ou seja, 1 para 1/01, 2 para 2/01, 32 para 1/02 e 365 (ou 366) para o dia 31/12. Esta fórmula permite calcular o valor da declinação, com uma aproximação suficiente para a nossa experiência. Pode, em alternativa, consultar uma [tabela de declinação solar](#).

O raio angular do Sol no dia 21 de Março será de 16,06'. Este valor, em minutos de grau, pode ser determinado à custa da divisão do valor do diâmetro angular do Sol desse dia (1927,0'') por 120:

$$\text{Raio angular do Sol: } \alpha_{sol} = \frac{1927,0''}{60 \times 2} \simeq 16,06'$$

O valor do diâmetro angular do Sol pode ser consultado numa [tabela com as efemérides solares para o ano 2014](#).

3º Determinar a distância da sua localização ao ponto no paralelo de latitude igual à declinação do Sol no dia da aplicação da experiência.

Como no dia 21 de Março a declinação do Sol é próxima de zero, a distância pretendida é a distância ao Equador. Esta distância pode ser obtida recorrendo a um mapa e calculando a distância real atendendo à escala deste. Pode ainda fazer esta medição usando o [Google Earth](#) ou através de um [medidor de distâncias online](#).

4º Averiguar qual a hora do meio dia solar no dia da realização da atividade na sua localização.

No momento da hora do meio dia solar a sombra dos objetos é mínima. Pode utilizar um [calculador do meio dia solar online](#) para constatar qual será o momento do meio dia solar na sua localização. Aconselhamos também que acerte o seu relógio pessoal pela [Hora Legal Portuguesa](#).

Momento do meio dia solar em diversas localidades no dia 21 de Março de 2014										
Coimbra	Porto	Lisboa	Guarda	Bragança	Tavira	Funchal	Ponta Delgada	Príncipe	Luanda	Maputo
12h42m	12h42m	12h45	12h37m	12h35m	12h39m	13h16m	13h51m	11h38m	11h15m	9h58m

5º Escolher o objeto que vai servir de gnómon.

Dê asas à criatividade e adapte um objeto que sirva para esse efeito, preferencialmente de forma cilíndrica. Recorra a materiais simples, de baixo custo e de fácil obtenção. Por exemplo, um lápis novo serve de gnómon. No entanto é recomendável a utilização de um gnómon com uma altura de pelo menos 1 metro.

6º Escolher um local plano e horizontal exposto ao Sol.

Garantir que o plano do chão escolhido (soalho, mesa, tábua, etc.) onde assenta o gnómon (e a sombra projetada) está mesmo horizontal. Use uma régua com bolha de nível para se certificar da horizontalidade. Normalmente, os campos desportivos existentes nas escolas proporcionam uma boa base horizontal para a realização da experiência. Apesar disso, recomendamos o uso de um nível para comprovar essa característica do chão.

7º Preparar o espaço para a atividade.

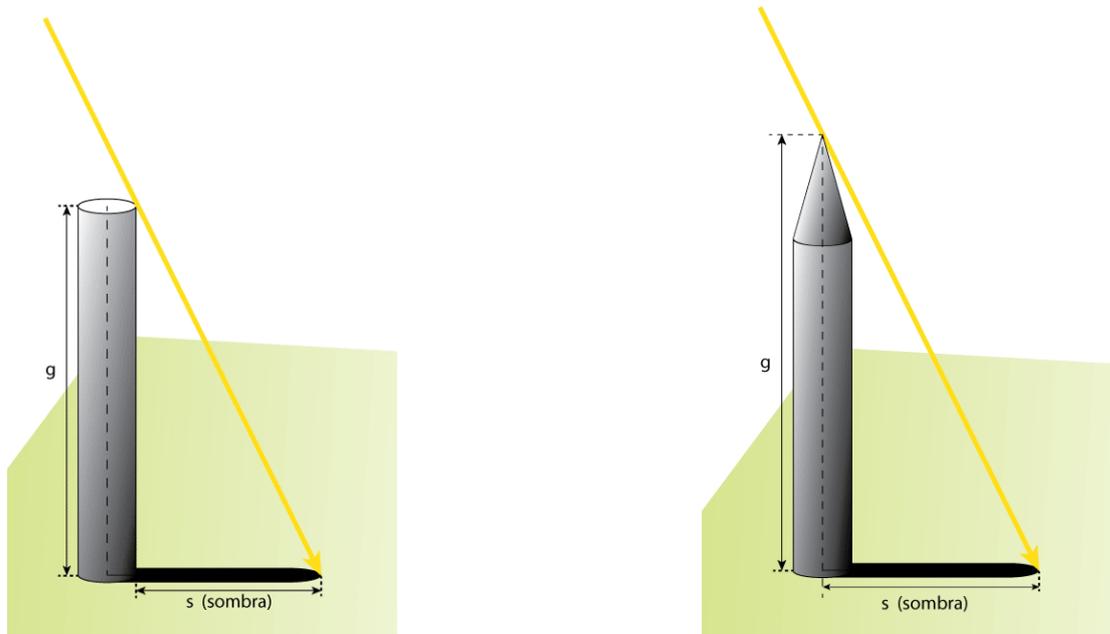
Um pouco antes do meio dia solar, deve fixar a cartolina ou a folha de papel de cenário com fita adesiva no local plano escolhido para as medições. Lembre-se de escolher um local onde não haverá sombra de prédios ou árvores. De seguida deverá erigir o gnómon escolhido, de modo a permitir o registo das sombras na cartolina (ou papel de cenário) e usar o fio de prumo ou uma régua com bolha de nível para se certificar de que este se encontra perfeitamente vertical relativamente ao solo.

Efetuar as medições...

Aproximadamente meia hora antes da hora prevista para o meio dia solar, inicie o registo da extremidade da sombra do gnómon na cartolina (ou papel de cenário) e a respetiva hora do registo. Repita este processo de

cinco em cinco minutos. Durante estas anotações irá aperceber-se que a sombra diminui de tamanho até atingir um tamanho mínimo num determinado instante e, depois, a sombra volta a aumentar de dimensão. Esse instante é o meio dia solar e é, justamente, esta marcação que interessa para a atividade.

No final dos registos deverá retirar o gnómon e medir a distância entre a marca da sombra mínima e o ponto onde estava a base do gnómon. Veja as figuras seguintes para decidir se deve usar como referência a superfície exterior do gnómon (caso da esquerda) ou a posição do seu centro (caso da direita).



Se não conseguir constatar bem qual foi a posição da sombra mínima pode construir a mediatriz do segmento definido por dois registos idênticos (antes e após o meio dia solar) e assumir para medida da sombra mínima a distância do ponto onde estava erigido o gnómon ao ponto da interceção entre a mediatriz e o arco descrito pela extremidade da sombra.

Após a obtenção do comprimento mínimo da sombra e da altura do gnómon (medido previamente) já tem todos os dados necessários para a determinação de um valor estimado para o raio do planeta Terra!

Correção do valor da sombra: Ao valor mínimo obtido para a sombra deverá ser retirado metade do valor do diâmetro do gnómon (raio).

Neste momento pode submeter os dados recolhidos no sítio do projeto Matemática do Planeta Terra através do [formulário](#) disponibilizado para o efeito.

No entanto pode dar continuidade à atividade calculando a sua estimativa para o raio do planeta Terra, atendendo ao facto de que ao meio dia solar do dia 21 de Março (equinócio de Primavera), o Sol passar verticalmente pelo Equador: ao meio dia solar, nessas localizações, a medida da sombra de uma vara vertical é zero.

Agora a Matemática...

Considere:

- g a medida do comprimento do gnómon;
- d a distância da sua localização ao paralelo de latitude igual à declinação do Sol (em km);
- s a medida do comprimento da sombra (após correção);
- α_m a amplitude do ângulo definido pelos raios solares e o gnómon;
- α_{sol} o raio angular do Sol nesse dia;
- α a distância zenital do sol;
- P o valor estimado para perímetro do planeta Terra;
- r o valor estimado para raio do planeta Terra.

Comece por determinar o valor do ângulo definido pelos raios solares e o gnómon (que é a distância zenital do sol no instante da passagem no meridiano local) utilizando a trigonometria, do seguinte modo:

$$\alpha_m = tg^{-1} \left(\frac{s}{g} \right)$$

Este valor tem que ser corrigido tendo em conta o facto de o Sol não ser um ponto, mas sim um disco luminoso. Atendendo a que o Sol tem, nesse dia, um raio angular de $\alpha_{sol} = 16,06'$ (minutos de arco) = $0,2677^\circ$ deve adicionar este valor a α_m , para obter a correção da distância zenital do Sol: $\alpha = \alpha_m + \alpha_{sol}$.

Tendo os valores de α e d faz-se o cálculo estimado do perímetro da Terra, usando a expressão $P = \frac{360 \times d}{\alpha}$ e,

consequentemente, determinar o valor aproximado para o raio do planeta Terra, $r = \frac{P}{2\pi}$.

Compare o seu resultado com o valor do raio equatorial terrestre: 6378,14 km.

A incerteza do resultado obtido

Esta discussão é mais técnica mas interessante para se perceber a importância dos procedimentos sugeridos. Na realidade o resultado final é muito dependente da precisão com que se medem estes parâmetros. Por exemplo, se um gnómon de 1 m de altura estiver inclinado de apenas $1,5^\circ$ em relação à vertical, se a medição da sua altura (do chão ao topo) for feita com uma pequena incerteza de 2 mm e a do comprimento da sombra com uma incerteza de 2 mm, usando as equações anteriores para Lisboa, obtém-se o resultado: $r = 6377 \pm 617$ km. Se não for aplicada a correção do raio angular do Sol α_{sol} ao ângulo α_m medido, o valor calculado será: $r = 6488 \pm 639$ km, degradando o resultado. Mantendo a melhor das condições para Bragança, o resultado será: $r = 6377 \pm 495$ km, mas para o Funchal o resultado fica em $r = 6376 \pm 1076$ km. O problema neste caso é o curtíssimo comprimento da sombra solar. O mesmo acontece quando se trabalha com um gnómon mais curto: seja um de 50 cm de altura. O resultado na melhor das condições para Lisboa é $r = 6377 \pm 650$ km, que tem precisão inferior.

Consultores científicos

Filipe Pires ([Centro de Astrofísica da Universidade do Porto](#))
João Fernandes ([Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra](#))
Máximo Ferreira ([Centro Ciência Viva de Constância](#))
Rui Agostinho ([Observatório Astronómico de Lisboa](#))

Projetos Parceiros

[Sol para Todos](#)
[Projeto Eratóstenes Brasil](#)
[Eratóstenes iberoamericano](#)

Registos Fotográficos

Atividade “Bons Raios Te Meçam” – 21 de Junho de 2013 (1ª Edição)
[Portugal](#)
[Noutros locais do planeta](#)

Atividade “Bons Raios Te Meçam” – 23 de Setembro de 2013 (2ª Edição)
[Portugal](#)

Atividade “Bons Raios Te Meçam” – 21 de Dezembro de 2013 (3ª Edição)
[Portugal](#)

Registos Fotográficos de atividades semelhantes anteriormente realizadas:

[Argentina](#)
[Colorado e México](#)
[Espanha](#)

Lista de Reprodução sobre este tema no canal no Youtube do MPT2013:

<http://tinyurl.com/pnlghe4>

Obrigado pela sua participação e colaboração...

Matemática do Planeta Terra



[Página deste evento no Facebook](#)

[Página oficial da atividade](#)

