

Roteiro de Simetrias da Ilha do Pico

» Por estar associada à necessidade de contar, de calcular e de organizar o espaço e as formas, a Matemática é conhecida, em geral, como a ciência da quantidade e do espaço. No entanto, esta é uma definição redutora e incompleta, sobretudo tendo em conta a sua extraordinária evolução ao longo dos últimos séculos e os muitos ramos que foram surgindo entretanto. Atualmente, "Matemática: a ciência dos padrões" é a definição que reúne maior consenso por parte da comunidade académica. O trabalho do matemático consiste, portanto, em encontrar, estudar e classificar todo o tipo de padrões. O estudo dos padrões em calçada portuguesa constitui uma excelente oportunidade para perceber como pode ser importante a utilização de ferramentas matemáticas para compreender melhor a realidade que nos rodeia.

Em 2013, celebra-se o Ano Internacional da Matemática do Planeta Terra (MPT 2013). Ao longo do corrente ano, pretende-se desenvolver, um pouco por todo o mundo, numerosas iniciativas que visam alertar para o papel central que a Matemática pode desempenhar em muitas questões relacionadas com o Planeta Terra e também para a sua presença constante no dia a dia. Em Portugal, o Ministério da Educação e Ciência, em parceria com o Ministério dos Negócios Estrangeiros, liderou o processo de criação de um Comité Nacional, sob a égide da Comissão Nacional da UNESCO. Um dos projetos criados pelo Comité Nacional, no âmbito do MPT 2013, visa precisamente o levantamento matemático da calçada portuguesa. Assim, e até ao encerramento desta iniciativa em junho de 2014, todas as atenções estão voltadas para a Matemática das calçadas portuguesas.

A ideia é a de classificar, quanto aos tipos de simetria, os padrões em calçada que encontramos no nosso caminho. O conceito intuitivo de simetria acompanha-nos desde que começamos a ter consciência do mundo em que vivemos. À nossa volta, encontramos inúmeros exemplos de simetria, quer na Natureza (nas asas de uma borboleta, nas pétalas de uma flor ou numa estrela do mar), como na arquitetura, na arte decorativa e em muitos dos objetos com que nos cruzamos todos os dias. Mas apesar de ser fácil reconhecer intuitivamente exemplos de simetria, o seu estudo matemático requer atenção e esforço adicionais. Mesmo assim (e, se calhar, por isso mesmo), este pode ser um de-

safio altamente motivador.

Em geral, e por uma questão de simplificação, pensamos nas figuras a estudar como conjuntos de pontos do plano. Uma simetria de uma figura é um tipo especial de transformação do plano (designada por isometria – uma maneira de mover os seus pontos, mantendo as distâncias entre eles), que fixa globalmente essa figura, ou seja, a figura original e a obtida por essa transformação sobrepõem-se por completo. Por exemplo, um quadrado sobrepõe-se a si próprio se for rodado 90 graus em torno do seu centro. Dizemos que essa rotação é uma simetria do quadrado. O conjunto de todas as simetrias de uma figura designa-se por grupo de simetria dessa figura.

Apresenta-se neste artigo o *Roteiro de Simetrias da Ilha do Pico*. As figuras estudadas designam-se por rosáceas: são figuras com simetrias de rotação e, em alguns casos, com simetrias de reflexão em reta (ou em espelho). Prova-se que apenas duas situações podem ocorrer: o seu grupo de simetria é um grupo cíclico C_n (são figuras com n simetrias de rotação, onde se inclui a rotação trivial de 0 graus) ou um grupo diedral D_n (são figuras com n simetrias de rotação e n simetrias de reflexão em reta). As simetrias de rotação têm todas o mesmo centro e estão associadas a amplitudes de $360/n$ graus e aos seus múltiplos. Os eixos de simetria, quando existem, passam todos pelo centro de rotação.

Parece muito complicado, mas não é! Na prática, apenas é necessário identificar o motivo que se repete em torno do centro de rotação e contar o número de repetições (n). Depois, resta verificar se só há simetrias de rotação (C) ou se também há simetrias de reflexão em reta (D). Apresentam-se alguns exemplos no esquema.

Uma figura com grupo de simetria C_1 é considerada assimétrica (desprovida de simetria), uma vez que a única forma de a transformar em si própria é através da rotação trivial de $360/1=360$ graus

(ou, se preferirmos, de 0 graus). Já uma figura com grupo de simetria D_1 , para além da rotação trivial, apresenta uma simetria de reflexão em reta. Para o grupo de

simetria C_2 , temos uma simetria de rotação de $360/2=180$ graus e a rotação de $180+180=360$ graus (ou seja, a rotação trivial). Para o grupo D_2 , há ainda a considerar duas simetrias de reflexão em reta (com eixos de simetria perpendiculares). Por sua vez, o grupo C_3 contém as rotações de $360/3=120$ graus, $120+120=240$ graus e $120+120+120=360$ graus. Para o grupo D_3 , há que acrescentar três simetrias de reflexão em reta. E assim sucessivamente. Aproveite o roteiro apresentado neste artigo para visitar os três concelhos da Ilha do Pico e (re)descobrir a simetria escondida debaixo dos seus pés.

Um agradecimento especial a Car-

los Freitas pela ajuda no levantamento dos padrões em calçada do Pico.

Na página web <http://sites.uac.pt/~rteixeira/simetrias>, o leitor encontra informação adicional sobre o levantamento efetuado nos Açores, sendo possível descarregar roteiros de simetria de várias ilhas. Aproveite o verão para apreciar a matemática das calçadas dos Açores! Mas não se fique por aqui. Se observar com atenção toalhas, bordados, tapetes e azulejos, ficará surpreendido com a quantidade de rosáceas que encontrará.

Ricardo Cunha Teixeira
Universidade dos Açores

