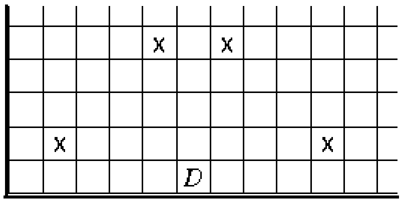
XXII Olimpíada Iberoamericana de Matemática

Versión en Castellano

4. En un tablero cuadriculado de tamaño 19×19, una ficha llamada *dragón* da saltos de la siguiente manera: se desplaza 4 casillas en una dirección paralela a uno de los lados del tablero y 1 casilla en dirección perpendicular a la anterior.



Desde D, el dragón puede saltar a una de las cuatro posiciones X.

Se sabe que, con este tipo de saltos, el dragón puede moverse de cualquier casilla a cualquier otra.

La *distancia dragoniana* entre dos casillas es el menor número de saltos que el dragón debe dar para moverse de una casilla a otra.

Sea C una casilla situada en una esquina del tablero y sea V la casilla vecina a C que la toca en un único punto.

Demostrar que existe alguna casilla X del tablero tal que la distancia dragoniana de C a X es mayor que la distancia dragoniana de C a V.

5. Un número natural n es *atresvido* si el conjunto de sus divisores, incluyendo al 1 y al n, se puede dividir en tres subconjuntos tales que la suma de los elementos de cada subconjunto es la misma en los tres. ¿Cuál es la menor cantidad de divisores que puede tener un número atresvido?

6. Sea $\mathcal{F}$ la familia de todos los hexágonos convexos H que satisfacen las siguientes condiciones:

   (a) los lados opuestos de H son paralelos;

   (b) tres vértices cualesquiera de H se pueden cubrir con una franja de ancho 1.

   Determinar el menor número real ℓ tal que cada uno de los hexágonos de la familia $\mathcal{F}$ se puede cubrir con una franja de ancho ℓ.

   Nota: Una franja de ancho ℓ es la región del plano comprendida entre dos rectas paralelas que están a distancia ℓ (incluidas ambas rectas paralelas).

Duración: 4 horas 30 minutos