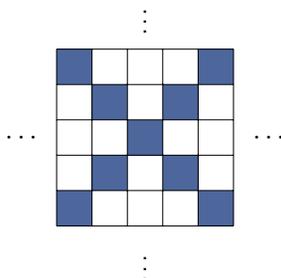




Desafio 1 – Outubro 2007

Em busca do número perdido...

O Zéfiro pintou de preto os quadrados pequenos das duas diagonais de uma folha quadriculada quadrada. Ele pintou 101 quadrados e deixou em branco todos os outros.



Qual é o número de quadrados pequenos brancos que ficaram na folha?

Dica:

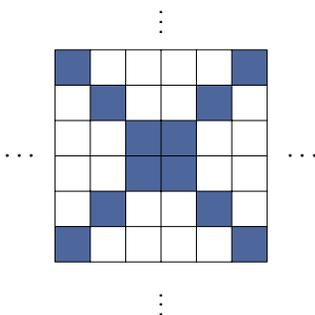
Conta o número de quadrados pretos em cada diagonal e a partir daí descobre quantos são os quadrados brancos. Se quiseres começa com um exemplo mais pequeno.

Em busca do número perdido...

Solução:

Um quadrado grande com n quadrados pequenos de cada lado tem n quadrados em cada diagonal.

Se n é par não há quadrados comuns às duas diagonais e o número total de quadrados nas diagonais é $n + n = 2n$, um número par. Por exemplo, para $n = 6$ teríamos



Se n é ímpar, como na figura do enunciado, então há um quadrado comum às duas diagonais e o número total de quadrados nas diagonais é $n + n - 1 = 2n - 1$, um número ímpar.

Uma vez que o Zéfiro pintou 101 quadrados de azul, o quadrado grande tem de ter um número ímpar de quadrados de lado. Assim, temos $2n - 1 = 101$, donde obtemos $n = 51$, o que significa que o quadrado grande tem 51 quadrados pequenos de lado. No total, o quadrado grande é formado por $51 \times 51 = 2601$ quadrados pequenos.

Como dos 2601 quadrados pequenos 101 estão pintados de azul, então existem $2601 - 101 = 2500$ quadrados brancos.

Agora para pensar:

1. Qual seria a resposta se tivéssemos 200 quadrados pintados de azul?
2. Qual o tipo de quadrados que cujo número aumenta mais rapidamente, os azuis ou os brancos?
3. O que acontecia se o Zéfiro pintasse de azul quadrados alternados?

Curiosidades:

Problemas como este permitem prever como cresce um conjunto inicial, de acordo com uma determinada lei. Têm aplicação em áreas tão diversas como a Biologia, a Computação ou as Finanças.