



Desafio 1 – Maio 2008

Números dominó!

O Zéfiro descobriu os números dominó. As figuras abaixo mostram os números dominós 2 por 2 e 2 por 3.



e que valem 5 e 8, respectivamente.

Com base neste esquema descobre quanto valem os números dominó 2 por 4 e 2 por 5. Consegues prever, e explicar, quanto será 2 por 2008? E quais são os números dominó 3 por 2, 3 por 3 e 3 por 2008? E ainda 2008 por 2008?

Dica:

Conta os números de pintas azuis e encarnadas de cada peça correspondente a um número dominó.



Números dominó!

Solução:

1. Uma maneira de resolver este problema é contar separadamente o nº de bolas encarnadas e o nº de bolas azuis, e somá-los.



O nº dominó 2 por 4 - à esquerda - tem 2 linhas e 4 colunas de bolas azuis, portanto tem $2 \times 4 = 8$ destas bolas, e apenas 1 linha e 3 colunas de bolas encarnadas, isto é, $1 \times 3 = 3$ destas bolas. Esse nº vale $8 + 3 = 11$. O nº dominó 2 por 5 - à direita - tem as mesmas linhas mas 5 colunas, portanto tem $2 \times 5 = 10$ bolas azuis e tem $1 \times 4 = 4$ bolas encarnadas, logo vale $10 + 4 = 14$.

Dado o nº dominó $a \times b$, a representa o nº de linhas e b o nº de colunas, e portanto contém $a \times b$ bolas azuis e $(a-1) \times (b-1)$ bolas encarnadas. Substituindo a e b pelo valores dados obtemos os pedidos:

a	b	bolas encarnadas	bolas azuis	valor
2	2008	$2 \times 2008 = 4016$	$1 \times 2007 = 2007$	6023
3	2	$3 \times 2 = 6$	$1 \times 2 = 2$	8
3	3	$3 \times 3 = 9$	$2 \times 2 = 4$	13
3	2008	$3 \times 2008 = 6024$	$2 \times 2007 = 4014$	10038
2008	2008	$2008 \times 2008 = 4032064$	$2007 \times 2007 = 4028049$	8060113

2. Em alternativa podemos descobrir quantas bolas são acrescentadas a um nº dominó ao manter o nº de linhas e aumentar o de colunas. Por exemplo, o nº dominó 2×1 tem 2 bolas e 2×2 obtém-se daquele juntando 3 novas bolas, portanto vale $2 + 3 = 5$. Da mesma forma $2 \times 3 = 5 + 3 = 2 + 3 + 3 = 2 + 3 \times 2 = 8$ e o mesmo sucede sempre que se aumenta 1 coluna. Assim, o nº dominó $2 \times n$ é dado por $2 + 3 \times (n-1)$, donde, fazendo $n = 2008$ concluímos que 2×2008 vale $2 + 3 \times 2007 = 6023$.

Quando temos 3 linhas, 3×1 vale 3, e juntar 1 coluna implica adicionar 5 novas bolas. Então, $3 \times n$ vale $3 + 5 \times (n - 1)$. Substituindo agora n por 2, 3 e 2008, obtemos os valores 8, 13 e 10038 dos números dominó 3×2 , 3×3 e 3×2008 , respectivamente. Por outro lado, o nº dominó $2008 \times n$ vale $2008 + (2007 + 2008) \times (n - 1)$, logo 2008×2008 tem $2008 + 4015 \times 2007 = 8060113$ bolas.

Agora para pensar:

Repara que, apesar de haver uma única resposta para cada pergunta, existem vários processos diferentes para chegar ao resultado certo. Mesmo depois de descobrimos a solução de um problema tem interesse pensar em maneiras diferentes de o resolver.

Curiosidades:

Muitas vezes é útil "partir" o problema inicial em vários problemas mais pequenos ou mais fáceis, como fizémos na 2ª proposta de resolução, e tentar resolver cada um deles.