Projecto Delfos

Escola de Matemática Para Jovens

Objectivos

Estudante do 10º, 11º ou 12º anos de escolaridade:
Gostas de pensar? Interessas-te pela Matemática?
Queremos convidar-te a enriquecer os teus conhecimentos em temas de Matemática Elementar.

Por forma a motivar, desenvolver e potencializar o gosto pela Matemática deixamos-te um grupo de problemas, para que resolvas e envies a um de nós (ver contactos).

De dois em dois meses, encontrarás neste mesmo local, informações sobre outros problemas e actividades a realizar no âmbito deste projecto.

Poderás contar com todo o nosso apoio para esclarecimento de dúvidas e sugestões na resolução dos problemas.

Ainda que o público alvo deste projecto seja preferencialmente os estudantes do Ensino Secundário, estão desde já convidados a participar professores de matemática e estudantes de todos os níveis de ensino.

Deixamos-te uma frase de André Weil:

> "Por forma a ser considerado excelente em matemática, ou noutra qualquer área do saber, o estudante deve dar-se conta, que quase a totalidade dos tópicos de estudo envolvem somente um pequeno número de ideias básicas".

Contactos

Departamento de Matemática

Faculdade de Ciências eTecnologia

Universidade de Coimbra

Alexander Kovacec

Amílcar Branquinho

Eduardo Marques de Sá

Apoios

Centro de Matemática da Universidade de Coimbra

Sociedade Portuguesa de Matemática

Para mais informação consulte http://www.mat.uc.pt/~ajplb/delfos.htm

Problemas

---

1. Um dado conjunto de 21 números reais satisfaz a seguinte propriedade: a soma de quaisquer 10 desses números é menor do que a soma dos restantes 11. Demonstra que todos os números desse conjunto são positivos.

2. A origem e as extremidades dos dois ponteiros de um relógio formam um triângulo. Repara que esse triângulo tem área nula ao meio-dia exacto e às 6 horas exactas. Mas há outros momentos em que a área do triângulo é nula.
 (a) Determina, com exactidão, esses momentos de área nula.
 (b) Há, por outro lado, certos momentos em que a área do triângulo atinge um máximo. Determina, com exactidão, os momentos de área máxima.

3. Seja P um ponto no interior geométrico de um triângulo equilátero. Demonstra que a soma das distâncias de P aos lados do triângulo não depende da posição de P.
Caso tridimensional: Seja P um ponto no interior de um tetraedro regular. Mostra que a soma das distâncias de P às faces do tetraedro não depende da posição de P.

4. O polinómio

$$-2x^3 + 2xy^2 - 7x^2z - 9xyz + 2y^2z + 2xz^2 - 9yz^2 + 7z^3$$

pode ser escrito como produto de três polinómios, não constantes, com coeficientes inteiros. Determina esses três polinómios, explicando o raciocínio seguido.

5. Uma instituição bancária atribui a cada cliente seu um número de código com cinco dígitos, de 00000 até 99999. Mas nem todos esses 100000 números serão utilizados, por se pretender que os códigos de quaisquer dois clientes difiram em pelo menos duas das cinco posições. Qual é o número máximo de códigos que este critério permite?
