

(12.0) 1. Irracionalidade e Transcendência.

Faça uma exposição sobre este tema, apresentando definições, condições suficientes, bem como o interesse e descrição do método dos aproximantes de Padé para uma função analítica na classificação de números reais (como irracionais ou transcendentos).

(6.0) 2. Fracções Contínuas.

- (a) Descreva o algoritmo de Euclides para a representação de um número real em fracção contínua.
 - (b) Dê uma condição necessária e suficiente para que duas fracções contínuas sejam equivalentes.
 - (c) Deduza a fracção contínua associada a uma série absolutamente convergente.
 - (d) Determine uma representação em fracção contínua para π .
-

(2.0) 3. Seja ζ a função de Riemann, definida em $]1, +\infty[$ por $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} 1/n^x$.

Estabeleça a fórmula

$$\zeta(x) \zeta(x-1) = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma(n)/n^x, \quad x > 2$$

onde $\sigma(n)$ é a soma dos divisores de n .
