

“Wiskunde is als zuurstof. Als het er is,
merk je het niet. Als het er niet zou zijn,
merk je dat je niet zonder kunt.”

Succes- formules

Toepassingen van wiskunde

Bennie Mols
Ionica Smeets

Succes- formules

Toepassingen van wiskunde

Bennie Mols
Ionica Smeets

Inhoud

Interviews

Alexander Rinnooy Kan	6
Angelien Kemma	26
Erick van Egeraat	42
Jeroen van der Veer	54
Jos Benschop	68
Louise Gunning	80
Peter Blangé	90
Ronald Prins	104

Voorwoord	5
-----------	---

Bedrijfsthema's

Hightech

Rekenen aan camerabeelden	10
Heilige graal voor software	12

Water

Schepen moeten tegen een stootje kunnen	14
Een andere kijk op dijken	16

Infrastructuur

De verrassende vertraging	18
Doorvoerhaven van digitale datapakketjes	20

Logistiek

Magazijnwiskunde	23
De ambulance komt binnen 15 minuten	28

Energie

Simulaties voor een comfortabele werkplek	31
Statistiek bepaalt keuze windturbine	34

Gezondheid

Betere beelden	36
Slimmere planning maakt gezondheidszorg efficiënter en veiliger	38

Financiën

Aanvaardbare risico's in de koffiehandel	40
Verschillende tarieven voor meer winst	44

Chemie

Geneesmiddelen ontwerpen in cyberspace	46
Quasikristallen	49

Voeding

Helder bier	50
Lijnen zit tussen de oren	52

Maatschappelijke thema's

Misdaad & Forensisch

Wat is de kans dat het DNA-spoor van de verdachte is?	58
Het huis van de dader	61

Rampen

In het duister tasten	63
Minder vliegtuigongelukken door betere kansmodellen	65

Weer

Goedkopere regenmeters	70
Hoeveel beter kan de weersverwachting nog worden?	72

Digitale veiligheid

Digitale beveiligingen kraken om ze veiliger te maken	74
Patronen in pincodes	76

Taal

Talen temmen door woordgebruik te tellen	77
Een database van feiten	82

Epidemie

Voldoende vaccineren	84
Wat is de meest effectieve manier om de hiv-epidemie te stoppen?	86

Sport

Met zeventig kilometer per uur op de meet af	88
De gulden matrix	92

Muziek

Hoe herkent Shazam zo snel een liedje?	94
Hoe eerlijk is het Songfestival?	96

Kunst

Origamiwiskunde in Museum of Modern Art	98
De tand des tijds	101

Over dit boek

Dankwoord	107
Colofon	108

Handwritten mathematical notes and diagrams on a background of a cloudy sky. The notes include:

- Equations: $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dz}{dt}$, $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dz}{dt}$, $\frac{dz}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dz}{dt}$, $\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{d^2z}{dt^2}$, $\frac{d^3z}{dt^3} = \frac{1}{2} \frac{d^3z}{dt^3}$, $\frac{d^4z}{dt^4} = \frac{1}{2} \frac{d^4z}{dt^4}$, $\frac{d^5z}{dt^5} = \frac{1}{2} \frac{d^5z}{dt^5}$, $\frac{d^6z}{dt^6} = \frac{1}{2} \frac{d^6z}{dt^6}$, $\frac{d^7z}{dt^7} = \frac{1}{2} \frac{d^7z}{dt^7}$, $\frac{d^8z}{dt^8} = \frac{1}{2} \frac{d^8z}{dt^8}$, $\frac{d^9z}{dt^9} = \frac{1}{2} \frac{d^9z}{dt^9}$, $\frac{d^{10}z}{dt^{10}} = \frac{1}{2} \frac{d^{10}z}{dt^{10}}$.
- Diagrams: A 3D coordinate system with axes x, y, and z, and a sphere centered at the origin. A 2D diagram showing a triangle with vertices labeled a, b, and c, and a line segment labeled m.
- Text: $t = 10 \text{ s}$, $\frac{1}{2} \frac{m^2}{s}$, $\frac{1}{2} \frac{m^2}{s}$, $\frac{1}{2} \frac{m^2}{s}$, $\frac{1}{2} \frac{m^2}{s}$, $\frac{1}{2} \frac{m^2}{s}$, $\frac{1}{2} \frac{m^2}{s}$, $\frac{1}{2} \frac{m^2}{s}$, $\frac{1}{2} \frac{m^2}{s}$, $\frac{1}{2} \frac{m^2}{s}$, $\frac{1}{2} \frac{m^2}{s}$.



Voor- woord

Dit boek is bedoeld om een klein beetje van de wiskunde die we dagelijks inademen zichtbaar te maken. Dan blijkt wiskunde aanwezig in sport, medicijnen en het weerbericht, in de ov-chipkaart, het oplossen van moordzaken en het vinden van de nooduitgang. Ook laat het boek zien dat wiskunde belangrijk is in het bedrijfsleven, en daar vaak onzichtbare bijdragen levert aan zichtbare successen. Zo draagt wiskunde bij aan innovaties in alle topsectoren. Daarnaast vertellen acht invloedrijke Nederlanders over de rol van wiskunde in hun werk en persoonlijke leven.

Wilt u meer weten naar aanleiding van dit boek, aarzel dan niet om contact met ons op te nemen. Op de website www.wiskunde-in-bedrijf.nl vindt u een overzicht van de wiskundigen die hebben bijgedragen aan dit boek, en de gegevens en expertisegebieden van vele van hun collega's. Voor leraren in het voortgezet onderwijs heeft PWN diverse lespakketten ontwikkeld aan de hand van verschillende verhalen uit dit boekje. Voor meer informatie verwijzen wij naar de website van PWN. Het Platform Wiskunde Nederland wenst u veel plezier met het lezen van de verhalen en interviews in dit boek.

Namens de Nederlandse wiskundigen,

Wil Schilders

Directeur Platform Wiskunde Nederland
bureau@platformwiskunde.nl

Een mix van analytisch vermogen en taalgevoel

Alexander Rinnooy Kan (1949) was in de jaren tachtig eerst hoogleraar wiskunde en later rector magnificus aan de Erasmus Universiteit in Rotterdam. Tussen 1991 en 1996 was hij voorzitter van werkgeversorganisatie VNO. Van 1996 tot 2006 was hij lid van de Raad van Bestuur van ING. Van 2006 tot 2012 was hij voorzitter van de Sociaal-Economische Raad (SER). Sinds 2012 is hij hoogleraar economie en bedrijfskunde aan de Universiteit van Amsterdam.

Een wiskundige als bestuurder

“Achter mijn loopbaan zit geen uitgekiend plan. Mijn definitieve vertrek uit de wiskunde kwam toen ik werd gevraagd om voorzitter te worden van de werkgeversorganisatie VNO. Die mogelijkheid was voor mij onweerstaanbaar.

Ik heb nooit spijt gehad van die overstap. Dat komt omdat de toegepaste wiskunde altijd bij me is gebleven. Wanneer je een basis hebt gelegd in een vakgebied, in mijn geval de besliskunde, dan blijft de deskundigheid bewaard wanneer je het vakgebied verlaat. Jaren later woonde ik op een groot congres een lezing bij waarin de *state-of-the-art* van mijn vakgebied uiteengezet werd. Ik kon het goed volgen en realiseerde me dat de wiskunde, en de wetenschap in het algemeen, vooruitgang boekt met kleine stapjes. Ik beweer niet dat ik zo weer aan het vakgebied zou kunnen bijdragen, maar het kostte me toen niet veel moeite de draad op te pakken.

De tweede reden dat ik geen spijt heb gehad, is dat het zó bijzonder is geweest om allerlei verschillende werelden te leren kennen. Het zou eigenlijk normaler moeten zijn dat mensen de gelegenheid krijgen om op allerlei plekken ervaring op te doen.

De meeste wiskundigen zijn niet erg communicatief ingesteld. Ik heb een klassieke opleiding gehad waarin exacte vakken en talen centraal stonden. Ik heb veel gelezen en ook non-fictie geschreven. Een mix van analytisch vermogen en taalgevoel zou een verklaring kunnen zijn voor mijn ongebruikelijke loopbaan.”

Innovatie

“Wiskunde wordt wel de koningin van de wetenschap genoemd: elk vakgebied gebruikt in meer of mindere mate de taal van de wiskunde. Logistiek en financiële wiskunde zijn goede voorbeelden van wat wel de ‘onwaarschijnlijke effectiviteit’ van de wiskunde heet: het feit dat we zo veel van de wereld zo goed kunnen beschrijven met wiskunde.

Een aantal promovendi van mij, onder wie Gerrit Timmer en Guus Boender, heeft op het terrein van de logistiek veel succes

geboekt. Daar is onder meer het bedrijf ORTEC uit voortgekomen, nu wereldwijd een toonaangevend bureau op het gebied van planning. Toch zou de innovatie in Nederland beter kunnen. We zijn goed in wetenschappelijk onderzoek, maar we weten de resultaten van onderzoek niet goed in innovaties te vertalen. Dat is overigens geen zuiver Nederlands probleem, er wordt wel gesproken over de ‘Europese paradox’.

Dat je met ons poldermodel te weinig innovatie zou krijgen, ligt volgens mij veel genuanceerder. Sociaal gezien is Nederland een gezellig land. Er is een oprecht beleefde solidariteit, onze samenleving is egalitair, iedereen moet kansen krijgen. Maar er is een tweede kenmerk dat hier dwars op staat en dat is dat we hard zijn voor onze concurrenten. We zijn een handelsnatie en dat zijn we niet geworden door aardig te zijn. Nederland staat in de top-10 van de best concurrerende landen. Die mix van sociaal en hard maakt Nederland heel bijzonder.”

Wiskunde in de politiek

“Meer wiskundigen in de politiek? Ik betwijfel of dat zal helpen. Bij vlagen komt het woord zakenkabinet bovendrijven: mensen met gezond verstand die knopen kunnen doorhakken. Daar heb ik grote twijfels bij. Mensen die uit de wetenschap of het bedrijfsleven komen en de politiek ingaan, raken al snel geïrriteerd; ze ergeren zich aan het irrationele proces. Het voortdurend op zoek zijn naar steun, hier en daar een wollige volzin voor een compromis zonder gezichtsverlies... dit is voor rationeel denkende en handelende mensen een gruwel. Maar het kan vaak niet anders. In beleidskringen die op enige afstand van de politiek staan, is meer gelegenheid voor analyse en reflectie.”



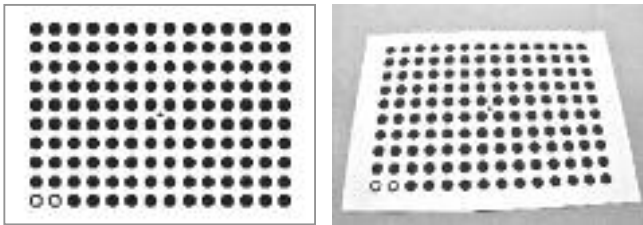
Bedrijfsthema's

Onbemande vliegtuigjes gebruiken camerabeelden om te navigeren. Maar in die beelden zitten allerlei vertekeningen: hoeken veranderen, voorwerpen vervormen. Er zijn heel wat trucs nodig om uit te rekenen hoe de werkelijkheid eruit ziet.

Rekenen aan camerabeelden

Camerabeelden hebben toepassingen op de meest uiteenlopende plaatsen. Jaap van de Loosdrecht en Klaas Dijkstra van het Kenniscentrum Computer Vision (NHL Hogeschool) werken aan onbemande vliegtuigjes, maar bijvoorbeeld ook aan een project om de bewegingen van koeien in een stal te volgen. In die stal hangen verschillende camera's en de bedoeling is om op een plattegrond aan te geven waar elke koe op welk moment was. Van de Loosdrecht: "Dat is lastiger dan het lijkt. De camera's hangen allemaal onder een andere hoek en een koe kan op het ene beeld veel groter lijken dan op het andere." Ook geven de gebruikte groothoeklenzen een tonvormige vertekening: alles in beeld lijkt naar de rand te worden getrokken. Al met al zijn de beelden op allerlei manieren vervormd.

Om die vervorming in kaart te brengen, leggen de onderzoekers een patroon voor de camera waarvan alle afstanden bekend zijn. Hiervoor gebruiken ze een patroon met tien rijen van elk veertien stippen. Alle stippen zijn zwart, behalve de eerste twee van de bovenste rij, zodat altijd te zien wat de linkerbovenhoek van het beeld moet zijn. Uit de vervorming van deze keurig geordende stippen is de precieze beeldvertekening af te leiden. Dit heet camerakalibratie. Het doel van de kalibratie is om uiteindelijk vanuit een camerabeeld terug te rekenen naar de oorspronkelijke driedimensionale coördinaten in de werkelijkheid.



Links het stippenpatroon, rechts de foto die dat oplevert. De lijnen zijn niet meer recht en sommige stippen lijken groter dan andere.

Puntenwolk

Dijkstra: “Bij de kalibratie moeten we vijftien onbekenden schatten. Dat zijn bijvoorbeeld de vervorming van de lens in drie verschillende richtingen, maar ook de hoek waaronder de camera hangt. We gebruiken daarvoor dat patroon van 14x10 punten. We krijgen zo een wolk van 140 punten in een vijftien-dimensionale ruimte en zoeken een niet-lineaire relatie tussen die punten. Dat is lastig met klassieke wiskunde.”

De onderzoekers omschrijven hun kijk op wiskunde als praktisch: ze zijn vooral geïnteresseerd in oplossingen die goed werken. Zij zoeken daarom ook niet naar de exacte oplossing, maar naar een benadering die goed genoeg is voor hun toepassingen. Dat doen ze met zogenaamde genetische algoritmen: een computerprogramma dat de evolutie nabootst. Ze beginnen met een aantal willekeurige schattingen voor de vijftien onbekenden. Vervolgens berekenen ze voor elk van die schattingen de bij-

behorende fout: hoe beter de gevonden niet-lineaire relatie de puntenwolk in de vijftien-dimensionale ruimte beschrijft, hoe kleiner de fout.

Vervolgens mogen de beste schattingen zich voortplanten (het is net *survival of the fittest*). Daarbij worden twee schattingen gecombineerd tot een nieuwe schatting. Net als in de natuur is hun “nakomeling” niet puur een mengsel van zijn twee ouders: er vindt ook een klein aantal willekeurige veranderingen plaats. Zo ontstaat een nieuwe generatie. Dit proces blijft zich herhalen. Elke keer mogen de beste schattingen zich voortplanten, net zolang tot er een oplossing is gevonden waarbij de fout klein genoeg is. Hoe klein de fout mag zijn, hangt af van de toepassing.

Vliegtuigjes

Onbemande vliegtuigjes moeten vanuit hun camerabeelden afstanden en hoeken tot op de pixel nauwkeurig kunnen inschatten. Ook daar werken ze aan op de NHL Hogeschool. Van de Loosdrecht: “Vanmorgen stonden we nog zo’n vliegtuig te testen in een lokaal waar normaal dansles wordt gegeven: dat is een lekker hoge ruimte.” Deze vliegtuigjes moeten in de toekomst windmolenbladeninspecties doen in plaats van de mensen die dat nu met gevaar voor eigen leven doen. Dijkstra: “Vliegtuigjes die nu gebruikt worden hebben vaak extra camera’s nodig die op een vaste plek in de buurt zijn opgesteld, en computers op de grond doen het rekenwerk. Wij willen puur de camera’s en apparatuur op het vliegtuig zelf gebruiken, want dan pas kun je de techniek echt overal inzetten. Maar daarvoor moeten we dus wel die camerabeelden heel goed kunnen analyseren.” Ze presenteren hun resultaten op de International Micro Air Vehicle 2014, een conferentie waar experts op het gebied van onbemande vliegtuigen uit de hele wereld samenkomen.

Softwarefouten kunnen voor honderden miljoenen euro's schade veroorzaken en zelfs mensenlevens kosten. De wiskunde helpt om te bewijzen dat een stuk software absoluut foutloos is.

Heilige graal voor software: wiskundig bewijs dat er geen fout in zit

Omdat computersoftware steeds ingewikkelder wordt, wordt het steeds belangrijker om de kans op fouten zo veel mogelijk te reduceren. Dat geldt zeker voor levenskritische softwaretoepassingen in auto's, vliegtuigen en ziekenhuizen, maar in toenemende mate ook voor de software van bedrijven. Een van de hightechbedrijven die foutloosheid van software hoog in het vaandel heeft staan, is het Nederlandse ASML. ASML is de grootste producent ter wereld van machines die computerchips op siliciumschijven printen. Grote chipfabrikanten zoals Intel, Samsung en TSMC gebruiken ASML-machines om hun eigen computerchips te fabriceren. Deze chips zitten in bijvoorbeeld de nieuwste iPhones en iPads.

Elke ASML-machine wordt bestuurd door een kolossaal softwareprogramma. De basis voor dit computerprogramma is 25 jaar geleden gelegd en sindsdien voortdurend uitgebreid en verbeterd. Inmiddels telt het meer dan dertig miljoen regels code en kan niemand meer alle details ervan overzien. ASML heeft negenhonderd mensen in dienst die zich bezig houden met het onderhoud, de verbetering en de uitbreiding van de software.

Dure fouten

Programmeren is een secuur vak, en een gouden regel in softwareland zegt dat er gemiddeld tien fouten zitten in duizend regels computercode. Voor de ASML-machine betekent dit dat er tot wel driehonderdduizend fouten in de software kunnen zitten. In de praktijk zal een klant van veel van die fouten niets merken, maar sommige fouten kunnen de machine urenlang stil leggen. De machine kost veertig miljoen euro en voor elk uur dat de machine stil staat, lopen de ASML-klanten die de machine gebruiken al snel honderdduizenden euro's aan inkomsten mis.

Traditioneel worden fouten opgespoord door software te testen. Het probleem met testen is dat je weliswaar de aanwezigheid van fouten kunt aantonen, maar niet kunt bewijzen dat er géén fouten in zitten. Software-ingenieur Sven Weber van ASML: “Omdat softwarefouten zo kostbaar zijn, gebruikt ASML sinds een paar jaar wiskundige bewijstechnieken die voor onderdelen van de software keihard kunnen bewijzen dat er geen fouten in zitten.”

Elk stuk software bestaat in essentie uit een aaneenschakeling van beslissingen: als A waar is, voer dan B uit; Als A niet waar is, voer dan C uit. Stel dat een programma n van dit soort besluiten bevat, dan kan het zich in 2^n mogelijke toestanden bevinden. Met 10 besluiten loopt dit al op tot $2^{10} = 1024$ toestanden en met 1000 zelfs tot 2^{1000} toestanden. “Als we willen garanderen dat er geen fouten in de software zitten,” zegt Weber, “dan moeten we alle mogelijke combinaties van beslissingen uitproberen. Zelfs met honderd combinaties per minuut is het voor een groot systeem als het onze niet haalbaar om dat in redelijke tijd te doen.”

Wiskundige trucs

De truc is dan ook om het aantal mogelijke toestanden waarin een stuk software zich kan bevinden te reduceren. Stel dat het programma taken A, B en C moet doen en dat de volgorde niet uitmaakt. Dus alle zes de combinaties ABC, ACB, BAC, BCA, CAB en CBA komen allemaal in dezelfde toestand Q terecht.



Voorbeeld van een ASML-lithografiemachine. Enkele grote uitdagingen voor ASML-lithografiemachines: het zeer nauwkeurig, razendsnel en ultraklein schrijven van lijntjes op siliciumschijven, bedoeld om computerchips van te maken. Bron: ASML

Bij het klassiek testen van de software moet je alle zes de combinaties proberen. De wiskundige bewijsmethode ziet dat alle combinaties tot Q leiden. Met deze bewijsmethode hoef je dus maar over een veel kleiner aantal dan het totale aantal mogelijke toestanden te redeneren. Dan is het bewijzen van foutloosheid in delen van de totale software wel mogelijk.

Een andere truc is symmetriereductie. Stel dat de ASML-machine drie producten tegelijk kan bewerken, terwijl er zes producten tegelijk in de machine kunnen zitten. De wiskundige bewijsmethode ziet dan als het ware dat het verwerken van product 1, 2 en 3 equivalent is aan het verwerken van product 2, 3 en 4 en zo verder. Deze kennis moet de ingenieur wel aanreiken door de wiskundige bewijsmethode te vertellen dat producten netjes op volgorde verwerkt worden. “Wij gebruiken een hele reeks van dit soort wiskundige trucs”, zegt Weber. “Daarmee kunnen we dan uiteindelijk bewijzen dat de robotarmen die de siliciumschijven verplaatsen nooit botsen of dat de volgorde waarin we onze metingen doen altijd correct is.”

Stabiël in een rechte lijn kunnen varen is wel het minste wat een schip moet doen. Het maritiem onderzoeksinstituut MARIN vond een handige wiskundige manier om die stabiliteit snel te bepalen.

Schepen moeten tegen een stootje kunnen

Scheepsmanoeuvre op zee
Bron: MARIN

Of het nu gaat om het ontwerp van passagiersschepen, containerschepen of marineschepen, een van de meest basale vragen is hoe stabiel een schip blijft wanneer het in rustig water vaart. Zwabbert het bij de minste of geringste verstoring heen en weer of blijft het netjes in een rechte lijn varen? Hoe reageert het op een verandering van de roerhoek? En wanneer het een bocht met een bepaalde draaicirkel maakt, wijkt het schip dan al van die draaicirkel af bij een klein golfje? Dit soort stabiliteitsvragen onderzoekt het Nederlandse maritieme onderzoeksinstituut MARIN in Wageningen in opdracht van scheepsontwerpers.

Hoe belangrijk de stabiliteit van een schip is, bleek maar weer eens bij de ramp met de Koreaanse veerboot Sewol die in april 2014 kapseisde voor de kust van Zuid-Korea. “Met een schip kun je niet zomaar van alles uithalen”, zegt MARIN-onderzoeker Ed van Daalen. “Sommige scheepsbewegingen zijn inherent instabiel, en je wilt al bij het scheepsontwerp zo precies mogelijk weten welke bewegingen dat zijn en hoe stabiel een schip zich onder uiteenlopende omstandigheden gedraagt.”

Stabiele evenwichten

MARIN onderzoekt de scheepsstabiliteit enerzijds met scheepsmodellen in een waterbassin, maar anderzijds ook theoretisch. De theoretische aanpak gaat uit van drie bewegingsvergelijkingen voor het schip volgens de wetten van Newton: een voor de beweging voorwaarts-achterwaarts, een voor de zijwaartse beweging en een voor de beweging rond de verticale as. Het schip wordt beschreven met tientallen belangrijke variabelen die in het ontwerp kunnen worden veranderd: van de vorm en massa van het schip tot de positie en de grootte van het roer. Al deze variabelen samen bepalen hoe stabiel een schip manoeuvreert.

Traditioneel simuleert MARIN het scheepsgedrag door het stelsel bewegingsvergelijkingen op een computer tijdstapje voor tijdstapje door te rekenen. Maar om de stabiliteit te bestuderen, moeten de variabelen telkens een beetje worden veranderd. Zo zijn al snel duizenden simulaties nodig, wat een computer dagen en soms zelfs weken rekenen kost. Dat moet handiger

kunnen, dacht Ed van Daalen, senior onderzoeker bij MARIN en zelf opgeleid als wiskundige.

“In 2011 heb ik dit probleem voorgelegd aan een groep wiskundigen binnen de Studiegroep Wiskunde met de Industrie, een jaarlijkse studieweek waarin universitaire wiskundigen zich buigen over een industrieel probleem”, vertelt Van Daalen. “Zij kenden een methode om evenwichten te vinden zonder het scheepsgedrag in de tijd te simuleren. In essentie kun je, als je alleen in evenwichten bent geïnteresseerd, deze ingewikkelde differentiaalvergelijkingen omschrijven tot een algebraïsche vergelijking. Deze vergelijking is nog steeds lastig, maar het voordeel is dat de tijd als expliciete variabele verdwijnt. Tot mijn verrassing bleek er al software te bestaan om deze algebraïsche vergelijking op te lossen. En tot mijn nog grotere verrassing bleek je er zelfs de stabiliteitseigenschappen van vrij complexe scheepsmodellen mee te kunnen analyseren.”

Verbeterinstrument

In de afgelopen jaren heeft MARIN dankzij deze wiskundige inzichten een nieuwe aanpak ontwikkeld om vier scheepsmanoeuvres snel op hun stabiliteit te analyseren: het rechtuit varen; het draaien in een cirkel; het zigzaggen; en het gebruiken van een actief roer, een soort automatische piloot waarbij het roer zelf reageert op de beweging van het schip. Van Daalen: “In plaats van dagen rekenwerk, kan een computer nu binnen enkele seconden bepalen welke scheepsvariabelen tot stabiele manoeuvres leiden en welke tot instabiele.”

Deze stabiliteitsanalyse dient niet als vervanging van modelproeven in de waterbassins, en ook niet als volledige vervanging van de numerieke tijdsanalyses, maar meer als aanvulling hierop. “Het is een verbeterinstrument”, zegt van Daalen. “Als we snel kunnen uitrekenen welke combinaties van variabelen instabiel zijn, dan weten we dat we in deze gebieden geen dure en tijdrovende simulaties hoeven te doen.”



Hoe hoog moeten onze dijken zijn? Een prijswinnende berekening zorgt voor meer veiligheid én een kostenbesparing van miljarden euro's.

Een andere kijk op dijken

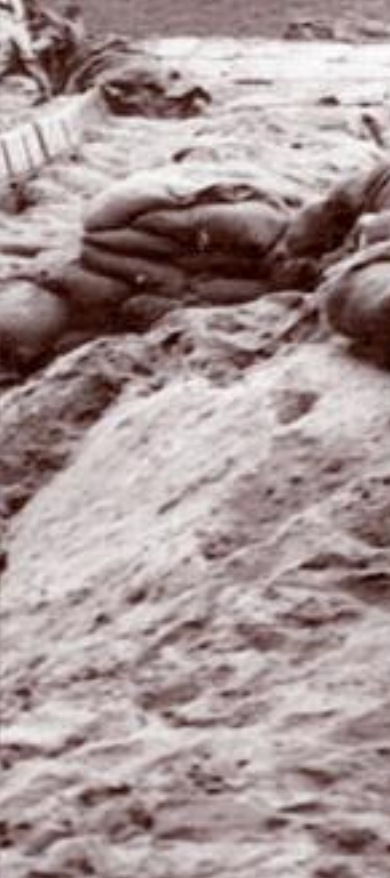
Na de watersnoodramp van 1953 berekent statisticus David van Dantzig hoe hoog de dijken in Nederland moeten zijn. Dat is een lastige taak: hoe hoog je een dijk ook maakt, er blijft altijd een kans op overstroming. Hij moet daarom zoeken naar een oplossing waarbij de overstromingskans aanvaardbaar laag is én de kosten voor de dijk nog acceptabel zijn. Gebaseerd op Van Dantzigs werk heeft elke primaire dijk nu een eigen norm voor de toegestane overstromingskans: in Holland bijvoorbeeld maximaal één tienduizendste per jaar.

Verstopte fout

Carel Eijgenraam, destijds werkzaam bij het Centraal Planbureau, krijgt in 2003 binnen het project *Ruimte voor de Rivier* de opdracht om een kosten-batenanalyse te maken voor dijkringen,

gebieden die door dijken worden beschermd tegen water van buiten. Eijgenraam herinnert zich Van Dantzigs werk en zoekt het originele artikel op. Al snel ziet Eijgenraam dat er iets ontbreekt bij de oplossing: de berekening van het beste moment om de dijk op te hogen. Als Eijgenraam dit zelf begint uit te werken, merkt hij dat er nog iets mis is met de oude oplossing. De minimale kans op een overstroming blijft daarin namelijk steeds hetzelfde, terwijl Van Dantzig wel aanneemt dat er economische groei is. Maar als de economie groeit, dan stijgt in de loop der tijd de schade bij een eventuele overstroming. Om de verwachte schade (dat is kans maal gevolg) gelijk te houden, moet je daarom de kans op een overstroming kleiner maken als bevolking en welvaart groeien.

Eijgenraam: "Vijftig jaar lang hebben waterkundigen én wiskundigen dit over het hoofd gezien. De fout zit diep verstopt



Tijdens de watersnoodramp van 1953 voorkwam een onorthodoxe oplossing dat er nog meer slachtoffers vielen. Bij Nieuwerkerk aan de IJssel was een gat van veertien meter in de dijk van de Hollandse IJssel geslagen. Op bevel van de burgemeester voer binnenvaartschip De Twee Gebroeders het gat in, waar het door de stroming werd vastgezogen en zo voorkwam dat een groot deel van Zuid-Holland onderliep. De nieuwe normen zullen de kans op zo'n gebeurtenis sterk verkleinen.

in de aannamen die Van Dantzig doet. De wiskunde zelf klopt allemaal, daardoor duurde het waarschijnlijk zo lang voordat iemand de denkfout ontdekte.”

Eijgenraam lost een ingewikkeldere versie van het model op. In zijn oplossing beweegt de verwachte schade tussen twee grenzen. Als de dijk net gebouwd (of opgehoogd) is, ligt de verwachte schade op een vastgestelde ondergrens. Daarna verslechtert de overstromingskans een beetje, bijvoorbeeld door zeespiegelstijging, en neemt de verwachte schade van een overstroming toe door bevolkingsgroei achter de dijk. Zodra de schade boven een bepaalde vastgestelde bovengrens komt, moet de dijk worden opgehoogd tot hij weer bij die ondergrens zit. Dit proces herhaalt zich vervolgens.

De Oscar voor innovatie

Het werk van Eijgenraam is zowel theoretisch als praktisch innovatief. “Wiskundig gezien is de grootste innovatie dat Kees Roos bewezen heeft dat mijn berekende oplossing correct én uniek is.” Maar ook in de praktijk blijkt het vernieuwde model interessant. In 2008 adviseert de Deltacommissie de overheid om de veiligheidsnormen voor alle dijkkringen tien keer zo streng te maken, wat pakweg 11,5 miljard euro zal kosten. Eijgenraam: “Toen ik dat hoorde, leek dit me een erg forse maatregel. Bij *Ruimte voor de Rivier* bleken de normen bij de meerderheid van de dijkkringen in die regio al streng genoeg.”

De Staatssecretaris van Verkeer en Waterstaat, Melanie Schultz van Haegen, had al een breed onderzoeksteam aan het werk gezet om alles maar eens goed door te rekenen en Eijgenraam maakte deel uit van dit team. Hun conclusie: er zijn maar drie kritieke gebieden waar de normen moeten worden aangepast. Bij de overige dijkkringen is het veilig om de bestaande standaard te hanteren. Hun voorgestelde aanpak kost 3,7 miljard, een besparing van bijna acht miljard euro. Deze oplossing maakt de totale verwachte schade in Nederland drie keer zo klein als in de huidige situatie.

Het werk is in 2013 bekroond met de prestigieuze Franz Edelman Award, de Oscar onder innovatieprijzen. Toen de onderzoekers hun project presenteerden aan de jury eindigden ze met een filmpje van Melanie Schultz van Haegen, nu minister van Infrastructuur en Milieu, die hun kosten-baten-analyse een nieuw standaardwerk noemt waar in de toekomst nog vaak naar gerefeerd zal worden. De analyse speelt bovendien een belangrijke rol bij de nieuwe veiligheidsnormen, waarover het kabinet in 2014 hoopt te beslissen om ze daarna vast te leggen in de wet. Dan zou dit rekenwerk bepalen hoever de dijken tot 2050 verhoogd worden.

Eijgenraam denkt dat Franz Edelman Award-jury daar nog het meeste van onder de indruk was: “De kostenbesparing en het theoretisch werk vonden ze ook goed, maar voor Amerikanen is het onvoorstelbaar dat het onderzoekers lukt om overheidsbeleid te veranderen.”

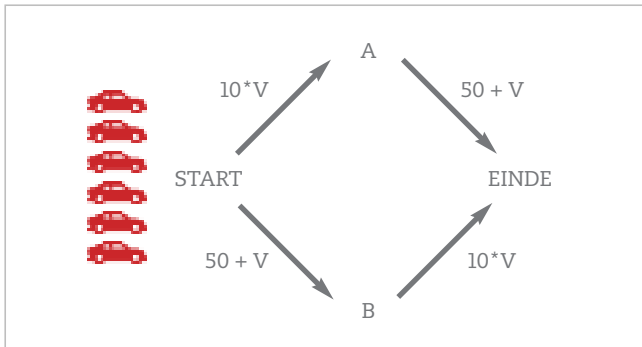
De verrassende vertraging

Een extra weg kan leiden tot een langere reistijd. Dit tegenintuïtieve resultaat heet de Braess-paradox en duikt op in allerlei vormen.

Eind 2013 kende NWO een subsidie van 22,7 miljoen euro toe aan het onderzoeksproject *Networks*. Een team van wetenschappers gaat de komende jaren onder andere onderzoek doen naar verkeersnetwerken. Hoofdaanvrager Michel Mandjes vertelt enthousiast over de Braess-paradox die hij ontdekte tijdens een lezing over stochastische netwerken, netwerken waarbij toeval een rol speelt. Mandjes: “Bij die netwerken kan, net als in het verkeer, de doorstroming slechter worden als je de capaciteit van het netwerk vergroot. Het lijkt een paradox, maar zodra je de wiskunde begrijpt, zie je dat er eigenlijk geen tegenstelling is.”

De oude situatie

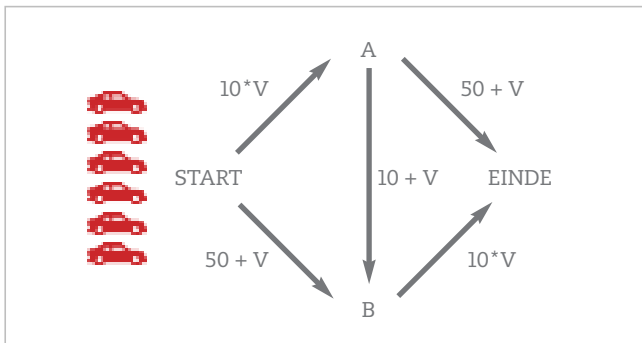
Een klein voorbeeld maakt duidelijk wat er gebeurt. Zes voertuigen willen van START naar EINDE. Iedere chauffeur mag zelf kiezen uit twee routes: de bovenste route via A, of de onderste route via B. De reistijd hangt bij elke weg af van het aantal voertuigen V dat erover gaat, de precieze tijden zijn te vinden in de tekening. De reis van START naar A kost bijvoorbeeld tien maal het aantal voertuigen dat deze route kiest (in minuten). Als alle zes auto's deze weg kiezen, dan is de reistijd op dit stukje voor iedereen zestig minuten. Rijdt er maar één auto, dan is hij in tien minuten bij A.



In een evenwichtssituatie zijn de reistijd via de onderste en bovenste route precies gelijk en heeft geen enkele chauffeur er belang bij om van weg te wisselen. Mandjes: “In dit geval zullen drie auto’s de bovenste route nemen en drie de onderste. Die oplossing ligt ook voor de hand door de symmetrie van dit probleem. Je kunt eenvoudig narekenen dat iedereen in dit geval een reistijd van 83 minuten heeft.”

Verbetering

Dan besluit de overheid een nieuwe, snelle weg van A naar B aan te leggen: die kost $10 + V$ minuten. Nu kunnen de zes chauffeurs bij START kiezen uit drie routes: de twee oude plus de nieuwe weg die via A én B loopt. Als nu één van drie auto’s op de bovenste route de nieuwe weg neemt, daalt zijn reistijd naar 81 minuten. Daarmee maakt hij de reistijd voor de drie auto’s op de onderste route wel wat langer: die komt op 93 minuten.



Het is daarom slimmer als één van hen ook de nieuwe route via A én B pakt. Daarna is er weer een evenwichtssituatie waarbij de drie routes elk evenveel tijd kosten. De reistijd is nu voor iedereen 92 minuten, negen minuten langer dan voordat de extra weg erbij kwam. Toch kan op dat moment geen enkele chauffeur zijn reistijd verkorten door individueel een andere route te nemen.

Mandjes: “Dit is een wonderbaarlijk verschijnsel. Het zou beter zijn als iedereen de nieuwe weg zou negeren, maar dan is er altijd wel één chauffeur die bedenkt dat hij sneller af is als hij hem wel neemt. Hij lijkt even beter af, maar uiteindelijk is iedereen de dupe. Dit effect is onvermijdelijk. Het zou veel efficiënter zijn als je centraal kon beslissen welke auto waarheen ging.”

De Braess-paradox komt regelmatig voor in de praktijk. In Boston kregen forenzen een langere reistijd toen er extra tunnels aangelegd werden onder de naam *Big Dig*. Ook het omgekeerde komt voor: toen New York de verkeersader *42nd Street* tijdelijk afsloot, bleek het verkeer juist soepeler door de stad te stromen.

Toekomstplannen

Mandjes en zijn collega’s willen de komende jaren dergelijk gedrag in verkeersnetwerken beter in kaart brengen en ook kijken hoe je het systeem kunt verbeteren door een klein percentage van de auto’s te volgen. Daarnaast gaan ze werken aan netwerken voor communicatie, energie en logistiek. Mandjes: “Het aardige is dat alle netwerken in grote lijnen dezelfde structuur hebben. De problemen die we willen aanpakken zijn daarom niet voorbehouden aan één toepassingsgebied.”

Doorvoerhaven van digitale datapakketjes

Nederland heeft niet alleen een van de grootste zeehavens ter wereld, maar ook een van de grootste internethavens: AMS-IX, ofwel de Amsterdam Internet Exchange. AMS-IX draagt bij aan een snel, betrouwbaar en goedkoop internet.

Bron: AMS-IX



Wanneer je als consument een film van een digitaal mediabedrijf zoals Netflix bekijkt, dan ontvang je die film van je eigen internetaanbieder. Maar hoe krijgt de internetaanbieder de film van Netflix? Dat gebeurt bij *Amsterdam Internet Exchange*, kortweg AMS-IX. Veel grote steden in de wereld hebben hun eigen Internet Exchange. Deze Internet Exchanges zijn bedacht zodat aangesloten klanten goedkoop, efficiënt en betrouwbaar digitale data met elkaar kunnen uitwisselen. Klant A doet dat niet direct en apart met partijen B, C en D, maar via zo'n doorvoerhaven tegelijkertijd met B, C en D.

AMS-IX is de grootste ter wereld in aantal aangesloten klanten (zo'n 675 klanten in 2014), en al jaren soms de grootste en soms de op-een-na-grootste als het gaat om hoeveelheid internetverkeer. AMS-IX werd officieel opgericht in 1997 en is een non-profitorganisatie. De leden van de vereniging AMS-IX zijn eigendom van de AMS-IX B.V. Zij betalen een vast bedrag per maand voor een bepaalde bandbreedte (hoeveelheid data per seconde). Zo'n twintig procent van de klanten zit in Nederland; tachtig procent komt uit de rest van de wereld. Klanten zijn onder andere de grote internetaanbieders, telecombedrijven, zoekmachinebedrijven en webwinkels. Wat de Rotterdamse haven is voor de scheepvaart en Schiphol voor de luchtvaart, dat is AMS-IX voor het internetverkeer.

Ethernetswitch

Martin Pels is senior network engineer bij AMS-IX. Hij vertelt hoe AMS-IX de datastroom tussen al zijn klanten optimaliseert. "Wij gebruiken apparaten die aan de voorkant data binnenkrijgen van een verzender, bijvoorbeeld Netflix, en aan de achterkant dezelfde data doorsturen naar de juiste ontvanger, bijvoorbeeld jouw internetaanbieder."

Deze apparaten heten *ethernetswitches*: grote kasten vol met kabeltjes. AMS-IX heeft *access-ethernetswitches* die direct gekoppeld zijn aan een klant, en *core-ether-*

networks die de access-switches aan elkaar koppelen. Het gebruiken van twee typen switches heeft als voordeel dat AMS-IX zo meerdere wegen creëert om data van A naar B te sturen. Dat vermindert de kans op files wanneer het heel druk is en het verhoogt de betrouwbaarheid voor het geval dat een van de wegen onverhoopt kapot gaat.

Pels: “Wij moeten het probleem oplossen hoe we onze klanten zodanig over het eerste type ethernetswitch kunnen verdelen zodat de kosten zo laag mogelijk zijn, terwijl de snelheid en de betrouwbaarheid van het dataverkeer zo hoog mogelijk moeten zijn.”




AMS-IX werkt als een soort rotonde voor internetverkeer: via AMS-IX kan klant A tegelijkertijd alle andere klanten bereiken.
Bron: AMS-IX

Om dit probleem op te lossen gebruikt AMS-IX een tak van de wiskunde die combinatoriek heet. Het doorrekenen van alle mogelijke koppelingen tussen alle aangesloten klanten zou ondoenlijk veel rekentijd kosten. De combinatoriek helpt om toch snel goede oplossingen te vinden. Pels: “Veel combinaties die in theorie mogelijk zijn, hebben in de praktijk geen enkele zin. Op een access-switch alleen maar één grote klant plaatsen zou bijvoorbeeld erg duur zijn, omdat al het verkeer van deze klant dan door ons naar andere switches getransporteerd moet worden. De algoritmen die wij in onze software gebruiken, kunnen hier rekening mee houden. Een eenvoudige sortering die het probleem al een stuk simpeler maakt, is om klanten die veel data met elkaar uitwisselen zoveel mogelijk op dezelfde ethernetswitch aan te sluiten.”

Grafentheorie

Een tweede probleem dat AMS-IX wiskundig oplost, heeft te maken met het pro-actief controleren of verbindingen tussen ethernetswitches nog wel goed werken. Daarvoor wordt grafentheorie gebruikt, de wiskundige theorie van netwerken die knooppunten met elkaar verbinden. Pels: “Hiermee bepalen we hoe we met zo weinig mogelijk testapparaten toch alle verbindingen kunnen controleren. Het algoritme dat we hiervoor gebruiken, is een variant op het beroemde Dijkstra-algoritme dat bijvoorbeeld in navigatiesoftware in auto's wordt gebruikt.”

De hoeveelheid internetverkeer die via AMS-IX loopt, groeit elk jaar met ongeveer veertig procent. Elk jaar moet AMS-IX dan ook meer ethernetswitches aanleggen. Dat gebeurt meestal in de rustige zomermaanden. Anno 2014 is de piekcapaciteit van AMS-IX maar liefst drie terabit per seconde – in de orde van tienduizend maal sneller dat wat je als consument thuis hebt. En dankzij een overcapaciteit van vijftig procent en het verspreiden van ethernetswitches over talloze fysieke locaties in Amsterdam en omstreken, ontstaat een snelle en robuuste internetinfrastructuur. AMS-IX is in twintig jaar tijd zo'n succesvolle organisatie geworden, dat het inmiddels is uitgebreid met AMS-IX-en in New York, Curacao, Hong Kong en Mombasa (Kenia).



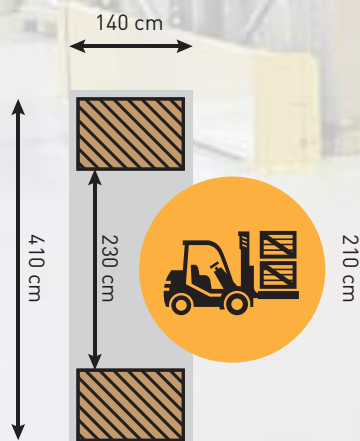
In een magazijn wil je snel de juiste spullen kunnen vinden. Wat is de ideale indeling? En hoe krijg je zoveel mogelijk pallets in één ruimte zodanig dat ze toch nog stuk voor stuk snel bereikbaar zijn?

Magazijn-wiskunde

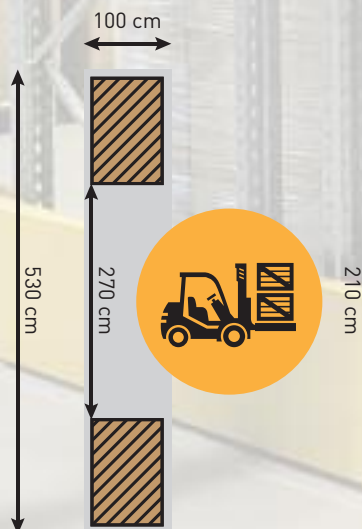
In het rapport *De logistieke kracht van Nederland* schat TNO dat magazijnen jaarlijks 15,7 miljard euro bijdragen aan ons bruto nationaal product. Ze vormen dus een niet te onderschatten onderdeel van de logistieke sector. René de Koster is hoogleraar logistiek en operations management aan de Erasmus Universiteit Rotterdam en ziet dat rekenmodellen voor het optimaliseren van magazijnen veel breder toepasbaar zijn. Havens gebruiken bijvoorbeeld soortgelijke methoden voor het inrichten van containertransport.

De Koster legt uit dat er veel wiskunde komt kijken bij het inrichten van een magazijn. Hoeveel ruimte moet je bijvoorbeeld per product inruimen? Stel dat je gemiddeld tien pallets op voorraad wilt hebben, maar dat er genoeg plek moet zijn als een vrachtwagen met achtentwintig pallets aankomt. Vloer ruimte is duur, dus je wilt niet voor elk product de maximale ruimte reserveren.

Lange kant naar gangpad



Korte kant naar gangpad



Als de pallets (van 120 bij 80 centimeter) met hun lange kant naar het gangpad staan opgeslagen, dan is er voor de veiligheid (en voor kolommen in het gebouw) 10 cm speelruimte nodig aan alle kanten van de pallet. De breedte van een gangpad met twee pallets aan de zijkant is dus 410 centimeter. De lengte van het geheel is 140 centimeter. In totaal nemen twee pallets en gangpad op deze manier dus 5,7 vierkante meter in.

Dezelfde berekening doen we voor pallets die met hun korte kant naar het gangpad staan. Omdat er met pallets in de lengte gemanoeuvreerd moeten worden, heeft de vorkheftruck 40 centimeter extra speelruimte nodig. Dit geeft voor twee pallets plus gangpad een totale breedte van 530 centimeter. De lengte inclusief marges komt op 100 centimeter, dus nemen twee pallets en gangpad op deze manier samen 5,3 vierkante meter (5,3 m x 1,0 m) in.

Daarnaast hangt de benodigde ruimte af van de mate waarin je producten clustert. Veel magazijnen zijn ingedeeld in zones: de producten die het snelste in omloop zijn staan vooraan in zone A. De producten met een iets langere doorlooptijd staan daarachter in zone B, enzovoorts. Door deze indeling hoeven medewerkers minder ver te lopen voor de gangbare producten. Maar elke cluster heeft zijn eigen reserveruimte nodig voor als er veel producten binnenkomen. Hoe meer clusters, hoe groter het magazijn wordt. En dat betekent weer dat medewerkers verder moeten lopen voor de producten die achterin staan. De Koster berekent voor specifieke situaties de gulden middenweg.

Indeling

Een eenvoudige keuze bij de indeling van een magazijn kan een groot verschil maken. Veel magazijnen slaan rechthoekige pallets op langs gangpaden: hoe zet je die het slimste neer? Zet je de brede kant van de pallets aan het gangpad, of juist de smalle? De Koster: “Het aardige is dat deze vraag te beantwoorden is met middelbareschoolwiskunde. Laten we uitgaan van een standaardpallet van 120 bij 80 centimeter, en aannemen dat deze moet worden opgetild door een gangbare kleine vorkheftruck met een draaicirkel van 210 centimeter.” In de illustratie hiernaast rekent Koster voor hoeveel ruimte de twee verschillende opstellingen kosten.

De conclusie: pallets met hun langste kant langs het gangpad zetten levert een ruimtebesparing van 7% op. De Koster: “Het gaat hier om grote bedragen. Je hebt pakhuizen van rond de 70.000 vierkante meter en elke vierkante meter aan opslag kost qua aanschaf en inrichting zo’n 800 euro. De pallets lang in plaats van breed stapelen, scheelt dan bijna vier miljoen euro.” Toch ziet hij in de praktijk nog regelmatig pallets die verkeerd staan: “Soms is er een goede reden voor, bijvoorbeeld dat de magazijnmedewerkers dingen met de hand moeten pakken en niet te diep willen reiken. Maar soms is er gewoon niet goed over nagedacht.”

In de praktijk

Bij bezoeken aan magazijnen ziet de Koster de gekste dingen misgaan. Zo zag hij bij de opslag van een grote Nederlandse winkelketen een sorteermachine die verkeerd was opgesteld. De drie plekken waarop producten de machine binnenkwamen zaten vlak naast elkaar, terwijl bekend is dat het bij die machines optimaal is om in- en uitgangen af te wisselen zodat er zo snel mogelijk gesorteerd kan worden. De Koster: “De organisatie overwoog om een grotere machine te kopen, omdat ze sneller wilden sorteren. Ze waren stomverbaasd toen ik ze vertelde dat ze ook gewoon de ingangen konden verplaatsen. Een jaar later stond dezelfde machine er nog, maar nu met de ingangen op de slimme plekken.”

De Koster ziet ook hoe wiskunde zorgt voor innovatie in de magazijnen: “In 1984 verscheen de eerste wetenschappelijke publicatie die analyseerde hoeveel tijd hijskranen in een magazijn nodig hebben om spullen te pakken bij verschillende opstellingen. Dat wordt in de praktijk echt gebruikt.”

“We kunnen ons niet alleen laten leiden door wiskundige modellen”

A photograph of Angelien Kemna, a woman with short blonde hair, wearing a dark blue suit jacket over a light-colored blouse and dark trousers. She is sitting on a bright red armchair in a modern office setting with large windows in the background. The lighting is bright and natural.

Angelien Kemna (1957) is Chief Investment Officer (CIO) en lid Raad van Bestuur van de Algemene Pensioen Groep (APG) en Chief Executive Officer (CEO) van APG Asset Management. APG belegt het pensioengeld van zo'n 4,5 miljoen Nederlanders. Eerder werkte Kemna bij de beleggingsfondsen van Robeco en ING, en was ze hoogleraar aan de Universiteit Maastricht en aan de Erasmus School of Economics. In 2010 en 2011 werd Kemna door het tijdschrift *Opzij* uitgeroepen tot de machtigste vrouw in het Nederlandse bedrijfsleven.

Financiële econometrie

“Na mijn studie econometrie heb ik als eerste in Nederland gewerkt aan een proefschrift over derivaten. Derivaten zijn beleggingsinstrumenten die hun waarde ontleen aan de waarde van een ander goed, zoals aandelen of grondstoffen. Opties zijn de bekendste derivaten. Financiële derivaten worden gebruikt om risico's te verkleinen, maar je kunt er ook mee speculeren. Samen met Ton Vorst heb ik een nieuw onderdeel van de econometrie opgericht: de financiële econometrie.

Financiële econometrie gaat over onderwerpen als risicomanagement, voorspellingen van financiële markten, de waardering van complexe derivaten en *Asset-Liability Management*, ofwel ALM. In ALM proberen we de onderlinge waardeafhankelijkheid van rechten en plichten binnen een organisatie zichtbaar te maken en in evenwicht te brengen: aan de ene kant van de balans de beleggingen en aan de andere kant de (pensioen)verplichtingen. En dit moet rekening houden met variërende economische omstandigheden.

Bij het APG heerst een zekere academische cultuur. Veel van onze mensen zijn gepromoveerd. We hebben contacten met diverse hoogleraren in de financiële econometrie. Ook sponsoren we de Duisenberg School of Finance, die sinds 2008 Masteropleidingen verzorgt. En we ondersteunen Netspar, het *Network for Studies on Pensions, Aging and Retirement*, waarin universiteiten en pensioenfondsen, banken en overheidsinstanties samenwerken. Voor de middelbare scholen sponsoren we 'Nieuwsbegrip Financieel', een educatieve dienst waarmee jongeren het financiële nieuws beter leren begrijpen. Zo hebben wij bijvoorbeeld een module verzorgd over het koersverloop van Apple.”

Quants

“Mijn aandacht is vanzelfsprekend in de loop van de tijd opgeschoven naar managementzaken. Maar regelmatig merk ik dat het bloed kruipt waar het niet gaan kan en dan wil ik weten wat er precies speelt. Beleggen is vooral moeilijk omdat we in een tijdsgewricht werken dat gekenmerkt wordt door grote

onzekerheid en complexiteit. En als er dan van buitenaf nieuwe regels worden opgelegd, dan is inzicht in de financiële markten essentieel.

Natuurlijk moeten wij ons wiskundige huiswerk doen. We voeren heel wat berekeningen uit voordat we beslissingen nemen, maar we kunnen ons niet alleen laten leiden door de wiskundige modellen. Een zeker wantrouwen tegenover wiskundige modellen is ook nodig. Elk model is nu eenmaal gebaseerd op bepaalde aannames. Die aannames worden door empirisch onderzoek onderbouwd, maar het blijven veronderstellingen. Onze kwantitatieve specialisten, de quants, zien dagelijks wat de beperkingen van de modellen zijn en daarom weten zij ook wanneer we de modellen wel of niet kunnen toepassen. Het is daarom ook hun taak dit aan het management uit te leggen.”

Zelfvertrouwen

“Ik had vorig jaar de eer met een tiental grote institutionele beleggers op bezoek te gaan bij de politici François Hollande, Barack Obama en Angela Merkel. We spraken onder andere over de *Financial Transaction Tax* (FTT), een Europese belasting die wellicht geheven gaat worden over financiële transacties, zoals met aandelen en obligaties.

Angela Merkel had zich bijzonder goed voorbereid. Toch kon zij natuurlijk niet alle consequenties van die nieuwe belasting overzien. Toen wij haar een en ander vertelden, doorzag ze de consequenties en schrok. Ze beseftte dat de FTT als gevolg kan hebben dat investeerders de EU gaan mijden en op zoek gaan naar rendementen met minder kosten elders in de wereld.

Merkel heeft scheikunde gestudeerd en wat me bij haar opviel, was dat ze echt de moeite nam een financieel-technisch onderwerp te begrijpen. Dankzij haar exacte achtergrond kon ze dat ook, maar dat was niet het enige. Aan een exacte studie zoals scheikunde, wiskunde of econometrie kun je zelfvertrouwen ontleen. En dankzij zelfvertrouwen ben je niet bang toe te geven dat je iets niet weet en kun je je dus gemakkelijker openstellen voor de uitleg van anderen.”

Hoeveel ambulances zijn er nodig om te zorgen dat niemand langer dan een kwartier op spoedeisende hulp hoeft te wachten? Een wiskundig model uit 1909 biedt uitkomst.

De ambulance
komt binnen
15 minuten



Voor urgente en levensbedreigende situaties zoals verkeersongelukken en hartaanvallen geldt dat een ambulance binnen een kwartier na de 112-melding aanwezig moet zijn. Voor niet-levensbedreigende situaties zoals een gebroken been staat een maximale aanrijtijd van een half uur.

Maar dat is allemaal gemakkelijker gezegd dan gedaan. Hoeveel ambulances heeft een stad of een regio nodig om aan deze eisen te voldoen? Als de helft van de ambulances de hele dag niets te doen heeft, zijn er duidelijk te veel ambulances. Maar als de helft van de ambulances standaard te laat komt, zijn er duidelijk te weinig ambulances. Waar ligt dan het optimum? En waar kunnen die ambulances het beste staan? Zeker niet allemaal op een kluitje, maar misschien ook niet allemaal zo ver mogelijk uit elkaar.

Tijdloze wiskunde

Dit is het soort vragen dat Rob van der Mei onderzoekt. Van der Mei is onderzoeker in de onderzoeksgroep Stochastics aan het Centrum Wiskunde & Informatica (CWI) en hoogleraar toegepaste wiskunde aan de Vrije Universiteit Amsterdam. “Om het optimale aantal ambulances te bepalen, heb je twee belangrijke parameters nodig”, zegt van der Mei. “Dat zijn het aantal oproepen dat per minuut binnenkomt en de tijdsduur dat een ambulance op een bepaald moment van de dag bezet is. Ambulance-diensten verzamelen hierover voortdurend gegevens. Die gegevens kunnen wij als wiskundigen gebruiken om hun ambulanceplanning te optimaliseren.”

De eenvoudigste manier om het optimale aantal ambulances te bepalen grijpt terug op een formule die de Deense wiskundige Agner Erlang in 1909 opstelde: de Erlang-blokkeringsformule. Erlang stelde de formule op voor de toen opkomende vaste telefoondiensten. Afhankelijk van het aantal verwachte telefoongesprekken per minuut en de gemiddelde gespreksduur, bepaalde hij het aantal benodigde telefoonlijnen zodanig dat de kans dat

iemand niet kan bellen kleiner is dan een bepaalde kwaliteitswaarde.

“Het leuke is”, zegt van der Mei, “dat je diezelfde formule uit 1909 vandaag de dag op een heleboel verschillende terreinen kunt toepassen: van de bepaling van het aantal benodigde zendmasten in een mobiel telefoonnetwerk en de bepaling van de netwerkcapaciteit voor het aanbieden van streaming video tot de bepaling van het optimale aantal ambulances. Dat toont prachtig de tijdloosheid van wiskunde.”

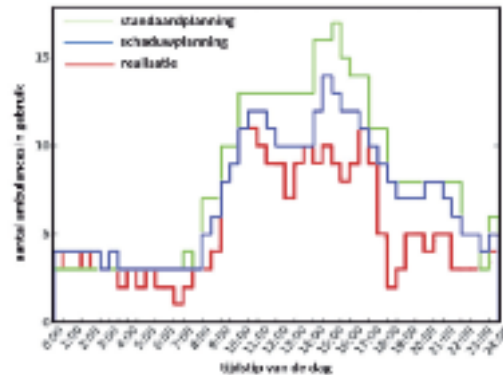
Schaduwplanning

Van der Mei en de onderzoekers in zijn groep werken nauw samen met de mensen uit de praktijk: ambulancediensten, brandweerkorpsen en politiediensten. Van der Mei: “Zo hebben we voor de toenmalige GGD Amsterdam – tegenwoordig Ambulance Amsterdam – een stuk software gebouwd waarmee ze een jaar lang een schaduwplanning konden bijhouden. In die schaduwplanning zagen ze hun eigen handmatige planning, onze wiskundig uitgerekende planning en de echte inzet van ambulances. Na een jaar concludeerden ze dat onze planning scherper was dan hun planning. Dat betekent dat ze met hetzelfde aantal ambulances en mensen meer kwaliteit kunnen bieden, of dat ze dezelfde kwaliteit tegen lagere kosten kunnen leveren.”

Van der Mei en zijn collega's maken hun wiskundige modellen steeds realistischer en geavanceerder. Een nieuwe tak van sport is het dynamisch ambulancemanagement. Meestal keren ambulances na een spoedeisende klus terug naar een vaste standplaats. In het algemeen is het voor de dienstverlening beter om ambulances niet naar een vaste standplaats terug te sturen, maar te bepalen wat op dat moment de gunstigste tijdelijke wachtplaats is. Die hangt af van waar de andere ambulances zich op dat moment bevinden en van het verwachte aantal calamiteiten op een bepaalde plek.

Wat wiskundig gezien optimaal is, hoeft echter in de praktijk niet altijd haalbaar te zijn, zegt van der Mei. “Wiskundig gezien zou je na elke noodoproep alle ambulances een beetje moeten

verplaatsen, maar dat is natuurlijk ook onwenselijk. Door te praten met de mensen uit de dagelijkse praktijk proberen we onze modellen zo goed mogelijk te laten aansluiten bij hun behoeften. Ik wil graag dat onze wiskunde ook echt in de praktijk wordt gebruikt.”



De wiskundig berekende schaduwplanning werkt beter dan de in de praktijk gebruikte planning.

Simulaties voor een comfortabele werkplek

Wiskundige simulaties helpen bij het ontwerpen van energiezuinige gebouwen waar het prettig werken is.

De eisen aan het binnenklimaat van (kantoor)gebouwen zijn tegenwoordig veel strenger dan dertig jaar geleden. Tegelijkertijd zijn de randvoorwaarden ingewikkelder: er zitten meer mensen in één ruimte en de ruimtes zijn ook nog eens kleiner geworden. En dan willen we ook nog dat die gebouwen zo min mogelijk energie gebruiken. Wiskundige simulaties zorgen ervoor dat dit allemaal lukt.

Elphi Nelissen, hoogleraar Building Sustainability van de TU Eindhoven, legt uit waarom de bouwfysica niet zonder deze simulaties kan: “Wij kunnen geen prototype van een gebouw maken. Als je een model op schaal maakt, dan heb je gelijk het echte gebouw. Heel af en toe bouwen we één losse kamer, maar dat is dan om te testen hoe mensen de ruimte beleven. Iets als de luchtkwaliteit kun je niet bepalen in zo’n losse kamer, want die hangt van het hele gebouw af.”

Boerenverstand

Er moet dus gerekend worden vóór het gebouw er staat. Warmte-overdracht, akoestiek: het is allemaal wiskunde met differentiaalvergelijkingen en golven. Nelissen noemt als voor-



foto: Norbert van Onna



beeld het gebouw MetaForum op de Eindhovense campus. Deze oude machinewerkplaats is omgebouwd tot bibliotheek en studieplekken. In de grote, open hal zijn er verdiepingen met verschillende soorten werkplekken. Op de ene verdieping mogen studenten overleggen, een andere is voor redelijk geconcentreerd werk en de derde is er om heel geconcentreerd te werken. Simulaties zorgden ervoor dat de akoestiek overal klopt.

Nelissen: “Er kwamen echt verrassende dingen uit de simulaties. Als je op je boerenverstand afgaat, dan verwacht je dat het redelijk stil is zolang je wegblijft bij de plekken die in directe verbinding staan met de andere verdiepingen. Maar de simulatie laat zien dat er onverwachte plekken zijn waar reflecties het geluid enorm versterken. Dan is het maar goed dat je wiskunde hebt en niet alleen je gevoel.”



foto: Norbert van Onna

Ook de isolatie bij de ramen van MetaForum was minder triviaal dan het leek. Tegen de bestaande stalen kozijnen zijn isolerende aluminium-profielen gezet. “De fabrikant van die profielen maakte wel een berekening voor de warmte-overdracht, maar wist niet dat er ook warmte verloren ging door straling tussen de twee metalen. Gelukkig hield onze simulatie wel rekening met de energie-overdracht tussen staal en aluminium..”

MetaForum won inmiddels onder andere de architectuurprijs LEAF Award in de categorie ‘beste herinrichting van een

bestaand gebouw’ en de Gulden Feniks 2013. Nelissen loopt graag door het gebouw: “Het is geweldig als je ervaart hoe goed je berekeningen in de praktijk werken.” Overigens vindt Nelissen niet dat haar studenten bij Bouwkunde zelf de wiskunde achter de simulaties moeten kunnen afleiden: “Ze moeten begrijpen waar een formule vandaan komt, waar ze iets moeten veranderen als dat nodig is en hoe ze de wiskunde correct gebruiken. Als ze alles zelf zouden moeten berekenen, dan zijn ze maanden bezig met iets dat de computer in een paar tellen kan.”

Comfort en energie

Het comfort van een gebouw heeft ook veel te maken met energie. Als je er genoeg energie in pompt, dan is elk gebouw comfortabel te maken voor de mensen erin. Maar de kunst is om met zo weinig mogelijk energie het gebouw op een goed comfortniveau te krijgen. Nelissen vindt het doodzonde om in een nieuw gebouw een te grote koel- of warmtemachine neer te zetten. Je verspilt materialen bij het bouwen en zit daarna nog jaren vast aan extra onderhoud. Hier geven simulaties een goede schatting van hoeveel koeling en verwarming er nodig is. Bovendien is het eenvoudig om in een simulatie te kijken wat een verandering van de indeling voor gevolgen heeft voor de energiehuishouding. Nelissen schat dat alle moderne technieken samen er voor zorgen dat nieuwe gebouwen een factor drie zuiniger zijn in hun energiegebruik dan oudere gebouwen.

Helaas is het moeilijk om te innoveren in de bouwsector. De concurrentie is fel en er is weinig budget voor het ontwikkelen van dingen die pas op lange termijn geld opleveren. Ook is er weinig sprake van kennisuitwisseling tussen concurrerende bedrijven. Nelissen zou het liefste willen dat de overheid bij de aanbesteding van nieuwe gebouwen één procent van het budget reserveert voor innovatie: “De gebouwen zijn nu eigenlijk te goedkoop en de prijzen zullen in de toekomst sowieso stijgen, dus dit nivelleert alvast een beetje. Bovendien is innovatie een investering in de toekomst. Dit geld zal zich uiteindelijk dubbel en dwars terug verdienen.”

Welk type windturbine levert op welke plek de meeste energie? Daarvoor moet je weten wat de kans is op alle windsnelheden op die plaats. De Weibull-functie geeft die kans.

Statistiek bepaalt keuze wind- turbine

Niets zo variabel als de wind. Nu eens stormt het, dan weer is het windstil. Nu eens waait de wind uit het westen, dan weer uit het oosten. Maar waar je op aarde ook de windsnelheid meet, op elke plek wordt de kans op een bepaalde windsnelheid gegeven door een wiskundige functie, de Weibull-functie. De Zweedse ingenieur en wetenschapper Waloddi Weibull beschreef deze functie voor het eerst in 1939.

De Weibull-functie wijkt af van bekendste verdeling uit de statistiek, de standaard- of normale verdeling. De standaardverdeling is symmetrisch; de Weibull-functie is asymmetrisch. Het is eigenlijk een standaardverdeling die wordt gesampeld bij positieve windsnelheden. Voor de Weibull-functie telt alleen de grootte van de snelheid en niet de richting. Net zoals voor een windturbine de windrichting ook niet uitmaakt, omdat de turbine met de wind meedraait.

In de Weibull-functie is de kans op windsnelheid nul heel klein. Gaande naar grotere windsnelheden, neemt de kans eerst toe tot een bepaald maximum. Hierna neemt de kans op steeds grotere windsnelheid langzaam af. Slechts twee factoren bepalen hoe uitgerekt of gepiekt de kansverdeling is: een schaalfactor en een vormfactor.

In Nederland komen veel verschillende windsnelheden voor, waardoor de Weibull-functie overal in ons land breed is uitgerekt. Daarentegen komen aan de evenaar vrij weinig verschillende windsnelheden voor: daar waait het of hard of niet. Dat

levert een sterk gepiekte Weibull-functie. Voor het plaatsen van een windturbine of een windpark is het essentieel om de Weibull-functie op de beoogde locatie precies te kennen. Want daarmee kun je de verwachte energieopbrengst berekenen.

Communicerende vaten

"Om de Weibull-functie op een bepaalde plek te bepalen, moet je op die plek minimaal een jaar lang continu de wind meten", zo vertelt hoogleraar windenergie Gerard van Bussel van de TU Delft. "Dan heb je in ieder geval alle seizoenen een keer gehad. De informatie van de gemeten Weibull-functie moet je vervolgens combineren met de informatie die turbinefabrikanten leveren over het verband tussen turbinevermogen en windsnelheid bij een bepaald type windturbine. Daaruit kun je berekenen welke windturbine het beste op die locatie past en wat de geschatte energieopbrengst is."

In eerste instantie zou je misschien denken dat je een windturbine moet kiezen die zoveel mogelijk energie levert. In de praktijk zijn energiebedrijven echter meer geïnteresseerd in een zo betrouwbaar mogelijke levering van een bepaald vermogen. "Helaas zijn een maximale energieopbrengst en een maximale betrouwbaarheid twee communicerende vaten", zegt van Bussel, "en dus moet je kiezen tussen die twee. Dan kan het zijn dat je met een vijf megawatt-turbine weliswaar de meest kilowattuur produceert, maar dat je met een tweeënhalf megawatt-turbine het meest betrouwbaar energie levert, simpelweg omdat die tweeënhalf megawatt eerder wordt bereikt."

Anno 2014 haalt Nederland 4,5% van zijn energie uit wind, wat neerkomt op 2.300 megawatt. Het plan voor 2020 is dat maar liefst twaalfduizend megawatt uit wind zou moeten komen, waarvan de helft zou moeten komen van windparken op land en de andere helft van windparken op zee.

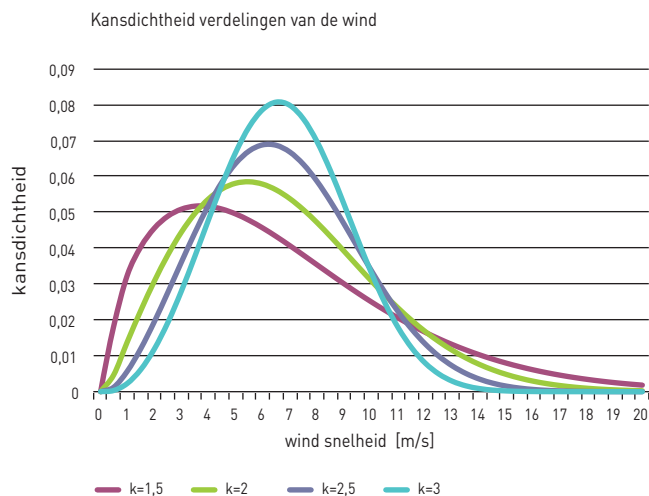
Windmolens op zee

Nederland heeft nu twee windmolenparken op zee: Noordzee-Wind bij Egmond aan Zee en het Prinses Amalia-windpark bij

IJmuiden. Daar zouden er drie bij moeten komen voor 2020. "Voor het bouwen van windparken op zee zitten we nog in een leerproces", zegt van Bussel. "Het is niet slim om landturbines ook op zee te gebruiken. Op zee slijten windturbines veel sneller, onder andere omdat de lucht zo zout is en het harder waait. Bovendien is reparatie op zee duur en lang niet elke dag mogelijk. Dat vraagt om robuuste turbines."

Veel mensen onderschatten de eisen die aan windturbines worden gesteld, zegt van Bussel. "De grootste turbine ter wereld heeft rotorbladen met een diameter van honderdtachtig meter. Dat is tweeënhalf maal de lengte van het grootste passagiersvliegtuig ter wereld, de A380. En die rotordiameter gaat zelfs toe naar tweehonderdvijftig meter."

Bovendien moet een windturbine twintig jaar continu opereren in omstandigheden vergelijkbaar met start- en landingscondities bij een vliegtuig, precies de momenten waarop een vliegtuig het meest te lijden heeft. Van Bussel: "Over twintig jaar zien de windturbines er op het oog nog wel hetzelfde uit, maar dan zitten er allemaal slimme trucjes in, net zoals auto's en vliegtuigen in de afgelopen decennia ook zijn geëvolueerd van lowtech naar hightech. Maar de Weibull-functie blijft onveranderd geldig."



Voorbeeld van Weibull-functies bij verschillende vormfactoren (k).

Betere beelden

Nieuwe rekenmethoden maken medische scans sneller en nauwkeuriger. Ze hebben minder foto's nodig om een goed plaatje op te leveren. Zo helpen deze wiskundige methoden bij onderzoek naar botziekten.

De bevolking verouderd en botziekten komen steeds vaker voor. Eén op de drie vrouwen boven de zestig krijgt bijvoorbeeld last van osteoporose, een aandoening waarbij het bot langzaam afbrokkelt. Onderzoekers proberen in kaart te brengen wat er bij deze ziekte precies met het bot gebeurt. Ze willen in de loop der tijd steeds hetzelfde bot scannen, maar met al die scans wordt de hoeveelheid straling op het lichaam onacceptabel hoog. Wiskundige Joost Batenburg, onderzoeker bij het Centrum Wiskunde & Informatica en hoogleraar in Leiden en Antwerpen, ontwikkelt daarom methoden die met minder straling werken: “Bij kleine studies lukt het inmiddels om de stralingsdosis met een factor drie te verminderen.”

Werken met voorkennis

Nederlandse ziekenhuizen maken jaarlijks meer dan een miljoen CT-scans. Een CT-scanner maakt vanuit verschillende hoeken röntgenfoto's, allemaal losse doorsneden van het lichaam. Daarna is het de kunst om uit die tweedimensionale foto's het complete driedimensionale beeld te reconstrueren.

Het lichaam is opgebouwd uit allerlei weefsels met elk een eigen dichtheid die in de scan allemaal een andere kleur grijs krijgen. Maar bij discrete tomografie, het vakgebied van Joost Batenburg, is de aanname dat er maar een beperkt aantal verschillende dichtheden is: “Dat werkt bijvoorbeeld goed bij bot. Dat heeft overal ongeveer dezelfde dichtheid en is op kleine

schaal zeer poreus. Je ziet op de scans een voorwerp met veel gaten en hebt maar twee kleuren nodig: er zit wél of geen bot.”

Door deze voorkennis over de structuur van het bot te gebruiken, daalt het totaal aantal mogelijke oplossingen drastisch: in plaats van allerlei grijs tinten gebruik je nu alleen zwart en wit. Dat maakt het veel makkelijker om uit alle mogelijkheden de juiste oplossing te zoeken. Zo lukt het om uit minder foto's het correcte driedimensionale beeld te berekenen. De patiënt ligt dus korter in de scanner en krijgt minder schadelijke straling.

Hoewel zeer bruikbaar om met weinig meetgegevens te kunnen werken, blijkt het probleem met slechts twee dichtheden wiskundig juist lastiger te kraken. Batenburg: “Bij het standaardprobleem kan de oplossing alle mogelijke grijswaarden hebben. Het is een continu probleem en je kunt differentiëren, integreren, alles wat je wilt. Zodra je naar discrete problemen gaat, ben je al die mooie analyses kwijt.” Hierdoor loopt de rekentijd flink op. Om een idee te geven van de schaal van deze problemen: een scan bestaat al snel uit 2000 x 2000 x 2000 elementen. Dat levert een stelsel op van acht miljard vergelijkingen met acht miljard onbekenden. Om daarmee écht sneller te rekenen is een diep wiskundig inzicht nodig.

De gulden middenweg

Bij andere medische beelden spelen precies dezelfde problemen. In de wetenschap zijn er de laatste jaren krachtige algoritmen ontwikkeld die met weinig gegevens uit de voeten kunnen, maar die wel veel rekentijd vergen. Daardoor zijn ze in de praktijk onbruikbaar. Een patiënt is met deze methoden sneller uit de scanner, maar zou daarna dagen moeten wachten op de uitslag omdat de computer nog staat te rekenen.

De ouderwetse methoden zijn wel snel, maar die hebben weer veel meer foto's nodig om hun werk te doen. Joost Batenburg werkt met promovendi aan een gulden middenweg: het aanpassen van de oude rekenmethoden zodat ze hun snelheid combineren met de nieuwe techniek die uit minder foto's een goed resultaat oplevert. “Hét standaardalgoritme uit de jaren zeventig is *gefilterde terugprojectie* en, zoals de naam suggereert, daar



Deze doorsnede van het dijbeen (van een muis) is het resultaat van een discrete tomografie-reconstructie op basis van gegevens uit de scan.

zit een filter in. Wij passen alleen dat filter aan en laten de rest van het algoritme hetzelfde. Daardoor kan de code die al in allerlei apparaten zit makkelijk worden aangepast.” Met deze oplossing kan een hele reeks methoden die eerst alleen wetenschappelijk nut hadden in de praktijk gebruikt worden. Het rekenwerk kan zo tot honderd keer sneller.

De nieuwe methoden worden nog niet in de praktijk gebruikt. Als artsen erover horen, vragen ze of alles al klinisch getest is. Zonder die testen mogen ze de techniek niet gebruiken. De medische wereld is conservatief en veranderingen gaan langzaam. Er gaan vele jaren overheen voor innovaties in de praktijk gebruikt worden. Batenburg: “Je moet een lange adem hebben, maar ik reken erop dat ziekenhuizen binnen tien jaar onze methoden gebruiken.”

De gezondheidszorg kampt met problemen van hoge werkdruk, lange wachttijden en hoge kosten. Maar een betere planning gebaseerd op kansrekening kan die problemen oplossen.

Slimmere planning

maakt gezondheidszorg
efficiënter en veiliger

De komende twee decennia zullen de kosten van de gezondheidszorg naar schatting toenemen van tien naar twintig procent van ons bruto nationaal product. Een enorme stijging van de uitgaven dus. Deels zit die stijging in het gebruik van nieuwe technologie, en deels in het feit dat steeds minder werkenden de gezondheidskosten van steeds meer oudere, niet-werkenden zullen moeten dragen.

“De kern van het probleem is dat we waarschijnlijk onvoldoende personeel gaan hebben in de gezondheidszorg”, zegt Richard Boucherie, hoogleraar stochastische operations research aan de Universiteit Twente. “En robots gaan dat echt niet oplossen. Zie jij al een verpleegrobot van de thuiszorg door de straten rijden om tien minuten hier en tien minuten daar zorg te leveren? Dat gaat niet gebeuren. Een heel groot deel van de gezondheidszorg blijft gewoon mensenwerk.”

Toch denkt Boucherie het probleem te kunnen oplossen, maar dan door de inzet van mensen slimmer te plannen. “Mijn stelling is dat we in de toekomst de groeiende zorgvraag kunnen bijhouden en de zorg tegen dezelfde kwaliteit als nu kunnen leveren met de huidige personeelsomvang. Slimmer plannen kan de gezondheidszorg voor alle betrokkenen verbeteren: zowel voor patiënten als voor alle professionals in de gezondheidszorg, zoals verplegend personeel en artsen. Bovendien kan de zorg veiliger worden, want juist bij hoge arbeidsdruk gaan mensen meer fouten maken.”

Extra operatiekamer

Boucherie en zijn onderzoeksgroep gebruiken wiskundige technieken uit de stochastiek en de discrete optimalisering om zorg-



ketens te verbeteren. Ze hebben in de praktijk al diverse successen geboekt. Zo had het Nederlands Kanker Instituut (NKI) in Amsterdam het probleem dat in de tweede helft van de week de bedden op de verpleegafdeling structureel vaker bezet waren dan in de eerste helft van de week. Dat kwam door de manier waarop ze de operatiekamer inplanden. Omdat het de pieken zijn die de omvang van het personeelsbestand bepalen, is een gelijkmatige verdeling over de hele week het meest efficiënt.

Boucherie en zijn collega's onderzochten hoe ze die gelijkmatige verdeling konden realiseren. Boucherie: "Uit de gegevens van het NKI hebben we de kansverdeling bepaald van het aantal aankomende patiënten over de dagen van de week. We hebben ook de kansverdeling bepaald van hoe lang patiënten op de verpleegafdeling moeten blijven liggen. Die verdeling hangt af van het type oncologische operatie dat de patiënt moet ondergaan.

Vervolgens hebben we met discrete wiskunde het planningschema zodanig aangepast dat de belasting van de bedden op de verpleegafdeling gelijkmatig werd."

Voor hetzelfde NKI hebben de wiskundigen aangetoond dat het ziekenhuis een geplande zesde operatiekamer kon openen zonder dat er extra personeel nodig was op de verpleegafdelingen.

Spierziekte

Een heel ander type probleem is het inplannen van afspraken voor kinderen met een ernstige spierziekte. Boucherie: "Zo'n kind moet voor allerlei onderzoeken bij diverse artsen langs. Dat betekent veel afspraken maken. En elke afspraak is weer een belasting voor het kind, dus liefst wil je al die afspraken op dezelfde dag plannen. Dat is een complex optimaliseringsprobleem, dat we het AMC in Amsterdam hebben geholpen op te lossen."

"In de tien jaar dat wij dit optimaliseringswerk doen", zegt Boucherie, "hebben wij vaak meegemaakt dat de zorgaanbieders de oplossing in eerste instantie zoeken in toevoegen van capaciteit. Onze ervaring is dat in veel gevallen een betere planning met hetzelfde aantal mensen betere zorg opleverde. Het is cruciaal dat wij als wiskundigen in het ziekenhuis zien wat de praktijkproblemen zijn. Ons werk is het meest kansrijk wanneer het gedragen wordt door zowel de medische staf, het verplegend personeel en het management. Vandaar dat we samenwerken met vertegenwoordigers uit elk van deze groepen." En daarom ook werken zijn vijf promovendi niet alleen bij de Universiteit Twente, maar ook de helft van de tijd bij een ziekenhuis.

Zorgorganisaties vragen Boucherie steeds vaker om de implementatie van de plannings in de praktijk te begeleiden. Boucherie ondersteunt daarom inmiddels de oprichting van het spin-off-bedrijf 'Rhythm', dat samen met zorgaanbieders de logistieke problemen analyseert, gebruiksvriendelijke software aanbiedt die de instellingen zelf kunnen gebruiken, en ze uiteindelijk helpt om de organisatie te verbeteren.

Aanvaardbare risico's in de koffiehandel

Wie een kopje koffie drinkt, staat niet stil bij de flinke hoeveelheid financiële wiskunde die schuilt achter de prijs van dat kopje koffie.

Een boerin in Vietnam laat haar koffiebonen in de zon drogen. Bron: Nedcoffee B.V.

Koffie is na olie het meest verhandelde bulkgoed ter wereld. Een *barrel* – een standaardvat van 159 liter – gevuld met onge-roosterde koffiebonen is meestal zelfs meer waard dan eenzelfde vat ruwe olie. Meer dan vijftig landen rond de evenaar verbouwen koffie, waaronder Brazilië, Colombia, Indonesië, Vietnam en Ethiopië.

Koffiebonen komen in twee verschillende soorten voor: Arabica en Robusta. Arabica is qua smaak wat verfijnder; Robusta is wat steviger en wordt veel gebruikt voor espresso en oploskoffie. De handel in Arabica vindt plaats op de New York Board of Trade, de handel in Robusta op Liffe in Londen. Zowel de New Yorkse als de Londense markt zijn een termijnmarkt, die werkt met contracten voor levering van koffie in een bepaalde maand.

Net als bij olie is de koffiemarkt een markt waarop de prijs flink kan fluctueren. Op het ene moment is de prijs bijvoorbeeld \$ 2.700 per ton, terwijl de prijs een jaar later gezakt kan zijn naar \$ 1.400 per ton. En net zoals opties in de aandelenmarkt het recht geven om een aandeel op een afgesproken moment in de toekomst tegen een bepaalde prijs te kopen of te verkopen, worden ook op de koffiemarkt contracten afgesloten om koffie tegen een bepaalde prijs in de toekomst te kopen of te verkopen. Twintig procent van de handel is in echte koffiebonen die op de consumptiemarkt komen, maar tachtig procent van de handel is door speculanten en gebeurt alleen virtueel.

Risicocalculatie

Nedcoffee B.V. is een Nederlands bedrijf dat al meer dan tachtig jaar in koffie handelt. Het bedrijf verhandelt jaarlijks 120.000 ton koffie. De kleinste hoeveelheid die je bij Nedcoffee kunt kopen is twintig ton. Vandaar dat het bedrijf ook alleen levert aan grote koffieafnemers, zoals Douwe Egberts, Lavazza en Nestlé.

“De cruciale vraag voor Nedcoffee”, vertelt financieel directeur Erik Daamen, “is wat een aanvaardbaar risico in onze handel is. We willen met 98% zekerheid weten dat we niet meer dan een bepaald bedrag per dag mogen verliezen. We zoeken een formule die dat het beste kan berekenen, gebaseerd op de histo-

rische data van de koffiehandel in de afgelopen zestig dagen. Die 98% is onze subjectieve keuze. Als we dat percentage lager zouden maken, dan lopen we als bedrijf ook meer kans om op één dag heel veel geld kwijt te raken.”

De gezochte formule is een formule voor de zogeheten *Value At Risk*, kortweg VAR. Voordat 's ochtends de wereldwijde koffiehandel in New York en Londen open gaat, hebben de handelaren van Nedcoffee op basis van de VAR berekend wat ze moeten doen om die dag te voldoen aan het aanvaardbare risico. Moeten ze na de opening van de markt koffie kopen, of juist verkopen? En zo ja, hoeveel dan precies?

Verborgene prijsstructuren

Tot voor kort gebruikte Nedcoffee een vrij eenvoudig wiskundig model dat geen rekening hield met bijvoorbeeld bepaalde verborgen prijsstructuren op de termijnmarkt voor koffie. Zo hebben de prijzen van Robusta en Arabica historisch gezien een zekere correlatie met elkaar. Daamen: “Als de Robusta-oogst slecht is, stijgt de prijs van Robusta door een afnemend aanbod. Waarschijnlijk stijgt dan ook de prijs van Arabica, omdat Arabica deels als vervanging van Robusta wordt gekocht. Het kan ook zijn dat de prijs van de ene soort daalt en die van de andere soort stijgt. Of de koffieprijs voor levering in januari kan veel hoger zijn dan voor levering in maart. Bijvoorbeeld omdat er nu geen koffie is, maar in maart een grote oogst op de markt komt.”

Nedcoffee wist dat het model kon worden verbeterd door de verschillende correlaties wel mee te nemen, maar wist niet hoe het dat het beste moest doen. Daarom riep het bedrijf de hulp in van wiskundigen van de Studiegroep Wiskunde met de Industrie. De wiskundigen gingen begin 2013 aan de slag en ontwikkelden een model waarin de onderliggende structuur van de koffiemarkt beter werd gemodelleerd. “Sinds 1 november 2013 passen we dit verbeterde model toe”, zegt Daamen, “en alles lijkt er op dat het model inderdaad beter voldoet dan ons oude model.”

A portrait of Erick van Egeraat, a man with shoulder-length brown hair and blue eyes, wearing a dark suit, white shirt, and dark tie. He is looking directly at the camera with a neutral expression. The background is a dark, solid color.

**“Wat veel
mensen
mooi vinden,
is complex”**

Erick van Egeraat (1956) is architect en eigenaar van het architectenbureau (Designed by) Erick van Egeraat BV. Onder zijn leiding zijn er meer dan honderd projecten ontworpen en gerealiseerd in meer dan tien verschillende landen, waaronder The Rock aan de Amsterdamse Zuidas en het stadion van voetbalclub Dinamo Moskou. Erick van Egeraat ontving voor zijn werk vele professionele en publieksprijzen, waaronder de Maaskant prijs, de MIPIM-onderscheiding en de National Renovation Award voor het ING gebouw in Boedapest. Erick van Egeraat studeerde bouwkunde aan de TU Delft.

Tekenwiskunde

“Al op de lagere school had ik belangstelling voor ruimtelijk inzicht. Niet door boeken te lezen, maar vooral door veel te tekenen en te kijken naar objecten. Ruimtelijk inzicht kreeg ik niet meteen door wiskunde. Mijn tekenleraar speelde de belangrijkste rol hierin. Ik wilde graag objecten tekenen die niet bestonden en die leraar hielp me daarbij.

Ik tekende vanaf jonge leeftijd bijvoorbeeld al huizen. Niet zozeer een rechthoek met een schoorsteen erop, maar een perspectiefontwerp van een futuristisch huis. Ik tekende toen geen plattegrond, maar een huis zoals dat echt zou kunnen bestaan. Als jongen maakte ik dus al driedimensionale tekeningen. Dit leerde ik door ruimtelijk te denken en de regels van perspectief toe te passen. Mijn tekenleraar leerde me dus eigenlijk wiskunde toe te passen voordat ik hierin les had gehad.”

Schoonheid in complexiteit

“In de natuur zie je eigenlijk nooit perfecte symmetrie of strikt opgedeelde vormen van precies dezelfde grootte. Je ziet zichzelf herhalende vormen, zichzelf versnellende vormen, soms fractale structuren. Veel zaken die we interessant en mooi vinden, zijn gebaseerd op die natuurlijke component. De vraag is hoe je dingen voor het oog vloeiend maakt.

Wat mensen waarderen en mooi vinden is moeilijk te versimpelen; het is juist afhankelijk van complexiteit. Je zou in eerste instantie denken dat kennis ervoor zorgt dat je op basis van minder aanwijzingen iets als mooi kunt herkennen. Het menselijk brein werkt echter niet zo, het brein heeft juist steeds meer aanwijzingen nodig. Wat we wiskundig bedenken is puur, zoals een vierkant, maar in de natuur komt die vorm van puurheid niet voor. Uiteindelijk moeten we daarvan afstappen en complexiteit proberen vorm te geven. Dat vraagt soms om gelaagdheid, resulterend in een vorm die je niet onmiddellijk herkent. Als je de tijd daarvoor neemt, wordt de vorm vaak uiteindelijk wel als mooi ervaren. Dat wat veel mensen mooi vinden en als behaaglijk ervaren is rijk, waardevol, volledig, veelomvattend, kortom: complex.”

Computerontwerpen

“We kunnen nog steeds versteld staan van de complexiteit van een kerkgebouw uit de periode van de Barok. In de 20e eeuw konden we ons dergelijke ingewikkelde bouwprocessen niet meer veroorloven omdat er te weinig tijd en geld was. Dankzij moderne computers met veel geheugen en geavanceerde software kunnen we nu complexiteit fabriceren. Er zijn vrijwel geen beperkingen meer die het noodzakelijk maken om dingen eenvoudig te maken en daarom kunnen we de vraag naar complexiteit weer beter aan.

We kunnen bijvoorbeeld alle krachten die op een constructie werken beter doorrekenen, zeker wanneer we afwijken van standaardontwerpen. De constructie van het voetbalstadion van Dinamo Moskou heeft een dubbele honingraat om een hoge boogspanning mogelijk te maken. De constructie is onregelmatig: het is geen keurige halfronde bal, maar de geometrie is licht verschoven. Dat maakt de constructie interessant, maar het doorrekenen ervan vergt wel veel rekencapaciteit.

De schrijver en wetenschapper C.P. Snow heeft in 1959 een lezing gegeven onder de titel *The Two Cultures*. Hij zag een kloof tussen de natuurwetenschappen en de menswetenschappen. We zijn nu een stuk verder in de tijd en in kennis. Delen we de wereld nog steeds op in alfa en bèta? In de architectuur zit een heleboel bèta: denk aan materialen, constructieberekeningen en softwarepakketten om gebouwen te tekenen. Voor mij zijn kunst en wetenschap intrinsiek met elkaar verbonden, zeker in de architectuur.”



Verschillende tarieven voor **meer** winst

Door lege parkeerplaatsen op een slimme manier goedkoop aan te bieden, steeg de winst van het Amerikaanse Park 'N Fly met tien procent.

Park 'N Fly biedt parkeerplaatsen bij luchthavens. Klanten zetten hun auto neer, worden met een busje naar de terminal gebracht en stappen in het vliegtuig. Consultant Albert Bogaard hielp het bedrijf met nieuwe technologie en vroeg zich af of ze niet iets slims konden doen met de overcapaciteit. Meestal waren er nog wel wat lege parkeervakken. Konden ze die niet op de een of andere manier verkopen?

Bogaard reisde veel en wist uit ervaring dat vliegtuigmaatschappijen soms tickets tegen dumprijzen verkopen om de laatste stoelen in een vliegtuig te vullen. Zelf jaagde hij graag op die goedkope tickets en hij wist dat de term voor dit prijsbeleid *revenue management* was. Bogaard: “Ik keek eens op Google wie daar aan werkten en kwam terecht bij Ger Koole van de

Vrije Universiteit. Hij reageerde heel enthousiast en ik vroeg of hij misschien een promovendus voor een half jaar naar ons kon sturen. Zo kwam wiskundige Maarten Soomer naar Atlanta en waren we de eersten ter wereld die keken naar revenue management voor parkeerplaatsen.”

Weerstand van collega's

De collega's bij Park 'N Fly waren niet allemaal direct enthousiast over het idee om lege plaatsen voor een lager tarief te verkopen. Sterker nog: ze reageerden soms fel en riepen dat het onmogelijk was om een parkeerplek van twaalf dollar te verkopen voor vier dollar. Het bedrijf had toch allerlei kosten?

In een reeks wekelijkse vergaderingen legden Soomer en Bogaard hun ideeën uit: “We vertelden over het principe van vaste en variabele kosten. We maakten de parallel met luchtvaartmaatschappijen. Als een vliegtuig eenmaal vertrekt, dan ben je de vaste kosten in elk geval kwijt: de kerosine, de bemanning, het grondpersoneel en wat niet meer. Eén extra passagier kost een heel klein beetje extra kerosine. Maar dergelijke variabele kosten zijn niets vergeleken bij de vaste kosten.” Hetzelfde gold voor de parkeerterreinen. Er was geen extra caissière nodig als er wat meer klanten kwamen, en ook in de busjes die de passagiers rondreden waren nog genoeg plekken vrij. Bogaard: “We maakten nog winst als we die lege plaatsen voor een dollar zouden verkopen.”

Sommige collega's wilden het nog steeds niet geloven, maar met steun van de directeur mochten Soomer en Bogaard het toch proberen bij één parkeerterrein in Houston. Ze verzamelden historische gegevens en maakten op basis daarvan een voorspelling voor de verwachte bezetting van het komende half jaar. Op basis daarvan werd een aantal parkeerplekken op internet goedkoper aangeboden.

Het was belangrijk om een nieuwe categorie klanten te lokken, en te voorkomen dat klanten die al bereid waren om de hoofdprijs van twaalf dollar te betalen, nu uit zouden wijken naar de goedkope parkeerplaatsen. Dus werd precies berekend hoeveel plekken er in de goedkope verkoop mochten. Er kwamen aparte websites die omhoog kwamen bij wie via Google zocht op “cheap airport parking”. De klant boekte een parkeerplek en de bedrijfsnaam Park 'N Fly verscheen pas nadat een klant geboekt had, precies zoals hotels al deden voor stuntaanbiedingen.

Het resultaat is het bewijs

Het was een beetje zoeken en proberen bij het opzetten van het systeem, maar dat eerste parkeerterrein was een succes. Bogaard: “Maarten presenteerde elke week de resultaten. Wauw: we hebben vijftig extra plekken verkocht. Hij maakte allerlei grafieken die lieten zien dat de winst steeg.” Het systeem beheerde steeds meer parkeerterreinen en er werd geëxperi-

menteerd met prijselasticiteit. Wat als een parkeerplek geen vier dollar kostte maar drie?

Bogaard noemt hun werk een combinatie van zeer complexe analyses en een heel concrete toepassing. Zelf begreep hij als opdrachtgever lang niet alle details van de wiskunde: “Daarvoor vertrouwde ik op de expertise van Maarten. Ik begreep dat je uit die historische gegevens de toekomst kon voorspellen, maar ik heb me nooit verdiept in hoe hij dat precies deed. Ik kon zijn werk namelijk toetsen door naar de uitkomst te kijken. Als hij voorspelde dat we met Thanksgiving in Houston voor 62% gevuld zouden zijn, dan kon ik gewoon controleren of dat klopte. De schellen vielen me van de ogen toen ik zag hoe nauwkeurig zijn voorspellingen waren. Ik had vroeger wel wiskunde en statistiek gehad, maar het verbaasde me hoe dicht de modellen bij de werkelijkheid kwamen.”

Uiteindelijk moesten zelfs de minder enthousiaste collega's bij Park 'N Fly toegeven dat de methode toch wel aardig leek te werken. De winst steeg dat jaar met zo'n tien procent. Albert Bogaard werkt inmiddels bij het Nederlandse ORTEC omdat hij dit soort werk zo geweldig vindt en wil zorgen dat het meer bekendheid krijgt: “Het loont echt de moeite. Bij het gemiddelde bedrijf dat voor het eerst een optimalisatiestap doet, stijgt de winst met zeven tot twaalf procent.”

Geneesmiddelen ontwerpen in cyberspace

Bij het vinden van nieuwe geneesmiddelen spelen computerberekeningen een steeds grotere rol. Nog voor het geneesmiddel is gemaakt, rekenen scheikundigen uit wat zijn werkzaamheid is.

Nog maar dertig jaar geleden maakten scheikundigen modellen van moleculen met plastic balletjes en stokjes en testten ze hun activiteit door *trial and error* in het lab. En zo ging ook het onderzoek naar nieuwe geneesmiddelen. De computer wordt echter onmisbaar voor het ontwerpen van nieuwe geneesmiddelen.

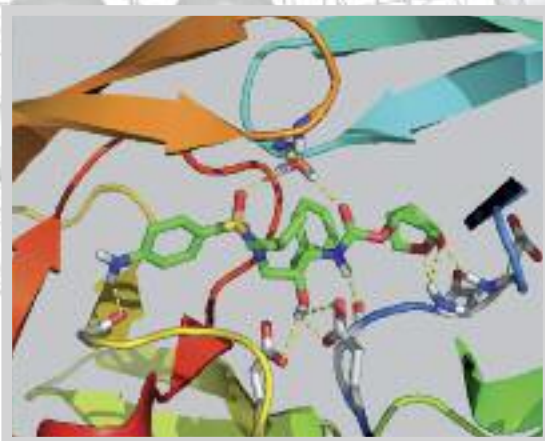
De grondleggers van deze 'scheikunde in cyberspace' ontvingen in 2013 de Nobelprijs voor de scheikunde. Herman van Vlijmen promoveerde bij een van die Nobelprijswinnaars, Martin Karplus. "De computationele scheikunde speelt al sinds begin jaren tachtig een belangrijke rol in de farmaceutische industrie en de biotechnologie", vertelt van Vlijmen, "maar bepaalde nauwkeurige berekeningen zijn nu eigenlijk pas praktisch toepasbaar." Van Vlijmen is hoofd computationele chemie bij het bedrijf Janssen Pharmaceutica in Beerse (België). Daarnaast is hij deeltijdhoogleraar *computational drug discovery* aan de Universiteit Leiden.

Ideeëngenerator

Janssen Pharmaceutica ontwikkelt geneesmiddelen binnen vijf ziektegebieden: kanker, hersenziekten (waaronder Alzheimer), infectieziekten (waaronder hiv/aids), auto-immuunziekten (waaronder gewrichtsontstekingen) en stofwisselingsziekten (waaronder suikerziekte).

"Medici en biologen onderzoeken wat er tijdens een ziekte mis gaat in lichaamscellen", vertelt van Vlijmen. "Dat levert ideeën op over welke moleculen de ziekte kunnen genezen. Met die ideeën gaan wij als scheikundigen op de computer aan de slag. Dat heeft twee grote voordelen. We kunnen de activiteit van moleculen snel op de computer evalueren en beslissen of we ze gaan produceren of niet. En daardoor kunnen we ook goede ideeën evalueren die niet voor de hand liggen. Dankzij deze twee voordelen hopen we betere geneesmiddelen te ontwikkelen op een snellere manier."

Van Vlijmen geeft het voorbeeld van een hiv-remmend geneesmiddel. "Bij het ontwerp van een hiv-remmer zoeken we een molecuul dat een enzym van het virus blokkeert. Zonder dat



3D-afbeelding van het geneesmiddel Darunavir gebonden aan het enzym hiv-protease

enzym kan het virus niet goed groeien. We simuleren op de computer zeer gedetailleerd hoe het driedimensionale molecuul bindt aan het enzym. Omdat we bij wijze van spreken voor onze ogen kunnen zien en berekenen wat er dan gebeurt, kunnen we nieuwe ideeën ‘virtueel testen’: misschien werkt een iets ander molecuul, dat in eerste instantie tegenintuïtief lijkt, in de praktijk toch net iets beter.”

Microseconde in een dag

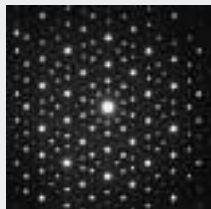
De computersimulaties die van Vlijmen en zijn collega’s gebruiken, zijn gebaseerd op de krachten die moleculen op elkaar uitoefenen. Ze berekenen bijvoorbeeld de kracht van de binding die ontstaat tussen molecuul en enzym. En dat alles in de waterige omgeving zoals in een levende cel. In feite passen computationele scheikundigen de wetten van Newton toe op moleculen. De daaruit rollende differentiaalvergelijkingen lossen ze in kleine tijdstapjes met de computer op. Om een betrouwbaar inzicht te krijgen in de interactie tussen geneesmiddel en ziekteverwekker moeten ze minimaal een microseconde van het biologische proces op de computer simuleren. En daar rekent de computer dan typisch een hele dag aan.

Een tweede type wiskunde dat computationeel scheikundigen gebruiken bij het zoeken naar nieuwe geneesmiddelen zijn machinaal lerende technieken in combinatie met statistische modellen. Van Vlijmen: “In plaats van dat we de activiteit van moleculen tot op atomair niveau proberen te begrijpen, zoeken we naar statistische verbanden. Dan gaat het om statistische verbanden tussen de fysische en chemische eigenschappen van moleculen aan de ene kant en hun activiteit in het lichaam aan de andere kant. Dat doen we op basis van een grote database met eigenschappen en activiteiten van moleculen. Deze aanpak kun je vergelijken met het voorspellen van het weer op basis van historische gegevens in plaats van op basis van het mechanistisch doorrekenen van de atmosfeer.”

Hoewel het nog niet zo is dat er nieuwe geneesmiddelen op de markt zijn gebracht die volledig te danken zijn aan computerberekeningen, neemt het belang van zulke berekeningen sterk toe. “Computationele scheikunde biedt nog veel ruimte voor verbetering”, zegt van Vlijmen. “Bedenk dat computers pas sinds een paar jaar snel genoeg zijn om de werkzaamheid van een molecuul dat nog niet is gemaakt te voorspellen. En nu al gebruiken we in meer dan de helft van onze projecten inzichten uit de computationele scheikunde om sneller betere geneesmiddelen te ontwikkelen.”

Quasikristallen

1. Een verrassend patroon

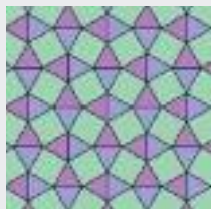


Toen Dan Shechtman in 1982 dit patroon onder zijn microscoop zag, geloofde hij zijn ogen niet. Hij bestudeerde op dat moment de atoomstructuur van een kristal, om precies te zijn een aluminium-mangaan-mengsel. Alle bekende kristallen hadden een

regelmatige structuur waarbij het patroon zich steeds herhaalde. Maar nu zag Schechtman iets heel anders: elke keer tien punten in steeds groter wordende cirkels. Een kristalstructuur die in theorie helemaal niet kon bestaan. Want alle deskundigen waren het erover eens dat de atomen in kristallen in een herhalend rooster zaten waarbij de afstanden tussen atomen steeds hetzelfde waren.

Toen Schechtman zijn ontdekking publiceerde en de naam quasikristal gaf, schamperde tweevoudig Nobelprijswinnaar Linus Pauling dat er geen quasikristallen bestonden, alleen quasi-wetenschappers.

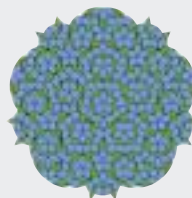
2. Vlakvullingen



Wiskundigen bestudeerden al eeuwenlang de patronen waarin atoomkristallen normaal voorkwamen. Al noemden zij dit zelf vlakvullingen: met welke vormen kun je plat vlak volledig opvullen zonder dat er gaten of kieren overblijven? Dat lukt bijvoorbeeld met

allemaal vierkanten, of met regelmatige zeshoeken. Combinaties van verschillende vormen zijn ook mogelijk: bijvoorbeeld met driehoeken en vierkanten zoals hiernaast. In elk geval bestaan er allemaal keurige patronen die zich steeds herhalen. Precies zoals chemici hun kristalstructuren graag zagen.

3. Een niet-periodiek patroon



Lange tijden vroegen wiskundigen zich af of het ook mogelijk was om een eindige set tegels te maken waarmee je een oneindig groot vlak zo kon bedekken dat het patroon zich nooit herhaalde. Halverwege de jaren zeventig kwam Roger Penrose met

een verbluffend elegant antwoord: dat lukt met slechts twee verschillende ruitvormige tegels. Daarmee kun je een oneindig patroon maken dat zich nooit herhaalt.

4. Het grote verband



Een rooster met atomen op de hoekpunten van een Penrose-betegeling leveren onder een microscoop precies het patroon dat Dan Schechtman zag. Het duurde tot 1984 voordat alle puzzelstukjes op hun plek vielen en mensen inzagen dat Schechtman gelijk

had: er bestaan quasi-kristallen. Uiteindelijk veranderde de *International Union of Crystallography* zelfs de officiële definitie van een kristal: een zich herhalend patroon was niet langer noodzakelijk. In 2011 kreeg Dan Scherman voor zijn ontdekking van quasikristallen de Nobelprijs voor scheikunde. Staalsoorten met die onregelmatige kristallen kennen inmiddels ook diverse toepassingen. Zo zijn ze behoorlijk slijtvast en worden ze verwerkt in scheermesjes en chirurgische instrumenten.



Helder bier

Het filteren van bier kan een stuk goedkoper: door het proces slimmer te besturen gaan de energiekosten omlaag en hoeft de installatie minder vaak schoongemaakt te worden.

Bier raakt tijdens het brouwen troebel door gist en andere kleine deeltjes die in de vloeistof zweven. Veel biersoorten worden daarom gefilterd voor ze de fabriek uitgaan. De traditionele filters zijn niet zo goed voor het milieu, daarom kijken brouwers nu naar nieuwe methoden. Eén van de mogelijkheden is cross-flow-filtering, waarbij een vloeistof over een zeer dun vlies (membraan), stroomt. Op den duur raakt het membraan verstopt door de losse deeltjes, maar de stroming zorgt ervoor dat dit zo langzaam mogelijk gebeurt. Hoe stel je die stroming in om zoveel mogelijk liters helder bier te tappen?

Martijntje Vollebregt van Universiteit Wageningen bestudeert filtratie binnen het grote Europese onderzoeksproject Computer-aided food processes for control engineering (CAFÉ). Het doel van haar onderzoek is om de vervuiling van het membraan stap voor stap te begrijpen. Hoewel de verdeling van deeltjes in het bier nogal kan verschillen, gebruiken bestaande modellen een vaste samenstelling van het bier. En juist de precieze verdeling van deeltjes bepaalt hoe snel de boel verstopt raakt. In het nieuwe model zijn daarom de eigenschappen van het bier zo ver mogelijk meegenomen als parameters. Zo is het flexibel én bovendien te gebruiken voor andere vloeistoffen dan bier.

Aankoeken

Bij het proces van crossflow-filtering stroomt de vloeistof meestal in twee richtingen. De eerste stroom is loodrecht op het membraan, een beetje zoals bij ouderwets koffiezetten met een filter. De stroming drukt alles op het membraan. Een tweede stroom gaat juist langs het membraan en kan het proces sturen. Vollebregt: “Als de stroming heel snel is, dan spoel je alles in één keer door het filter. Maar als je het bier voorzichtiger laat stromen, kun je beïnvloeden welke deeltjes wanneer bij het membraan komen.”

De losse deeltjes in het bier zijn in grofweg drie soorten te verdelen: gistcellen, macromoleculen en eiwit-complexen. De gistcellen maken het bier troebel, die wil je eruit halen. De veel kleinere macromoleculen zijn juist nuttig en zorgen voor goed schuim en een lekkere smaak. Die wil je dus niet wegfilteren.

Bij het vervuilen van het filter spelen de drie soorten deeltjes elk een eigen rol. Het membraan is te zien als een spons met gaten. De eiwitcomplexen passen in de gaten en kunnen zo het membraan verstoppen. Een dunne gistlaag kan de eiwitten dus tegenhouden en zo verstopping vertragen. De kleine macromoleculen tenslotte kunnen overal doorheen, alleen kunnen zij in het membraan zelf een gellaag vormen die de boel blokkeert. Een nieuw model beschrijft dit proces in een aantal vergelijkingen.

Vollebregt: “In de praktijk gaat de doorstroming van een membraan aan het begin enorm snel, maar loopt dit binnen een uur al enorm terug. Daarna kun je nog een uur of zestien doorwerken voor het membraan een milde schoonmaakbeurt nodig heeft. De volgende keer is de werkbare periode korter en na een aantal van deze rondes heeft het membraan een chemische reiniging nodig. Die legt het proces drie uur stil.”

Continu bijstellen

In de huidige situatie staat de stroming op vaste waardes ingesteld en meten sensoren continu hoe het proces verloopt. Een operator houdt de boel in de gaten en past als het nodig is de instellingen aan. Met het nieuwe model voor vervuiling is beter aan te geven

wanneer een schoonmaakbeurt nodig is, of wat voor stroming ervoor zorgt dat de verschillende deeltjes op het juiste moment bij het membraan aankomen. Vollebregt en haar collega's willen deze gegevens gebruiken om het proces te automatiseren en de meetgegevens gebruiken om het systeem continu te laten bijstellen om een zo efficiënt mogelijk proces te krijgen. Dat is wetenschappelijk gezien niet eenvoudig: “Het inplannen van de schoonmaakmomenten is een discreet probleem, maar je doet dat op basis van continue meetgegevens. Collega's van systeemkunde hebben ons geholpen bij het vinden van een optimale oplossing.”

Het resultaat is een kostenbesparing van tien tot twintig procent op het productieproces, afhankelijk van de biersoort. Die besparing is een combinatie van minder schoonmaakbeurten en een afname van het energiegebruik. Nu zet de operator de stroom nog wel eens op volle kracht aan om de boel te laten doorstromen, dat kan straks slimmer geregeld worden. De bierbrouwers onderzoeken nu hoe ze deze resultaten kunnen toepassen in de praktijk.



Lijnen zit tussen de oren

De zin om te eten daalt weken voor iemand met lijnen begint al behoorlijk, maar stijgt ook weer flink weken voor het einde van het dieet. Dat is het resultaat van het eerste wiskundige model voor de zin in eten.

Toen de mens nog leefde als jager-verzamelaar, was het verstandig om ons vol te eten als er toevallig een overvloed aan eten beschikbaar was. Schaarste was toen de regel, overvloed de uitzondering. Maar nu de Westerse mens permanent een overvloed aan voedsel heeft, is het heel onverstandig om die overvloed telkens op te snoepen, hoeveel lekkere trek we ook hebben. Voor veel mensen is dat moeilijk, getuige het feit dat tien procent van de Nederlanders ernstig overgewicht heeft en nog eens dertig procent matig overgewicht.

De lijst van diëten om al dat overgewicht te lijf te gaan, loopt in de tientallen: van Atkins via Montignac en Sonja Bakker tot het Zoutloos dieet. De mensen die aan het lijnen slaan, houden vaak als een boekhouder bij hoeveel calorieën ze dagelijks in

hun mond stoppen, en liefst ook nog hoeveel ze door het alledaagse bewegen en sporten daarvan verbranden.

Jojo-lijnen

Het viel wiskundige Johan Grasman van de Wageningen Universiteit op dat mensen die boekhouding wel bijhouden, maar eigenlijk geen idee hebben hoe hun zin om te eten zich door de tijd heen ontwikkelt. “Of we al dan niet willen eten, is deels een lichamelijk proces, maar deels ook een geestelijk proces, een bewuste keuze”, zegt Grasman. “Ik wilde een formule ontwikkelen die de zin om te eten beschrijft. Als we weten hoe de zin om te eten verandert, dan kunnen we misschien beter inspelen op hoe iemand het beste kan lijnen.”

Mensen die aankomen, nemen meer calorieën tot zich dan ze verbranden. Het verschil wordt opgeslagen in vetweefsel. De vetcellen maken het hormoon leptine aan. Als het lichaam genoeg vet heeft aangemaakt, dan geeft leptine het signaal af om maar wat minder te gaan eten. Leptine is een belangrijk, maar niet het enige hormoon dat bijdraagt aan de zin om te eten.

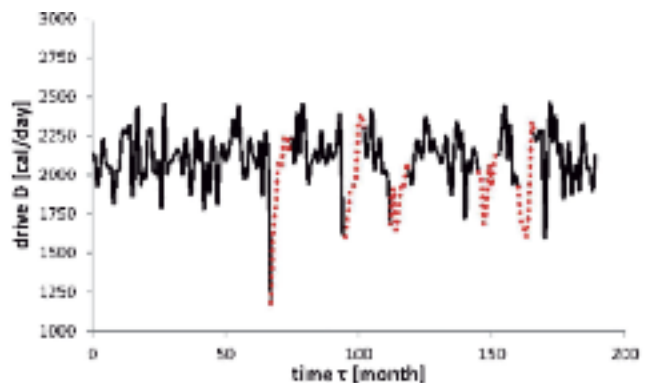
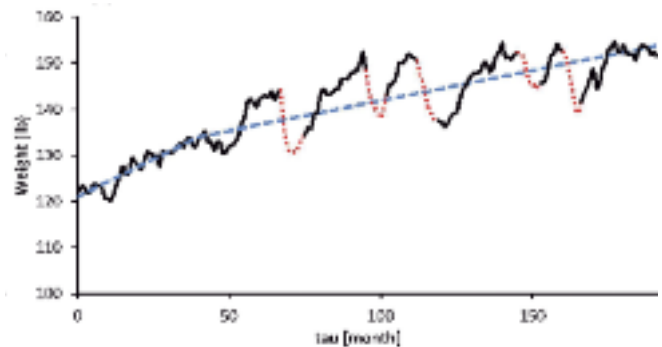
Grasman modelleerde het lijnen als een systeem van differentiaalvergelijkingen die de zin in eten, de calorie-opname en het calorieverbruik beschrijven als functie van de tijd. Om enkele parameters in zijn model te schatten, gebruikte hij gegevens uit de wetenschappelijke literatuur van twee vrouwen die over een periode van tien jaar een vijftal keren probeerden af te vallen. Het resultaat bleek het bekende en ongezonde jojo-lijnen: afvallen-aankomen-afvallen-aankomen tot het lichaamsgewicht over die tien jaar tijd netto bleek te zijn gestegen. Vervolgens kon Grasman met zijn formule de zin om te eten over dezelfde periode van tien jaar uitrekenen.

Tussen de oren

De conclusies bleken verrassend. Grasman: “Ten eerste blijkt de zin om te eten al weken voor het begin van het dieet af te nemen. Kennelijk waren die vrouwen er in hun hoofd al een hele tijd mee bezig. Ten tweede blijkt dat de zin weer snel omhoog gaat weken en soms zelfs maanden voor het einde van het dieet. Kennelijk is de geest toch weer zwak geworden. Allebei deze conclusies laten zien hoe groot het belang van de geest is. Denk maar aan het ‘troost-eten’: zit het even tegen op een dag, dan mag je van jezelf een gebakje eten om je wat beter te voelen.”

De psychologische processen bij het lijnen zijn volgens Grasman veel groter dan de rol van de lichamelijke processen: “Het hormoon leptine verlaagt de zin om te eten maar met enkele procenten. Het dieet verlaagt de zin om te eten met zo’n tien procent. Maar de rest, ruim tachtig procent van de zin om te eten heeft te maken met wat onze geest wil.”

Traditioneel lieten fysiologen de geest weg bij hun kijk op het lijnen en lieten psychologen de fysiologie weg. Grasman is de eerste die lichaam en geest tegelijkertijd modelleert. Hij heeft al ideeën om de zin om te eten verder uit te splitsen, zodat hij nog beter kan laten zien wat de bijdragen van verschillende hormonen is, hoe koolhydraten en vetten afzonderlijk bijdragen aan gewichtstoename, en misschien zelfs om psychologische processen uit elkaar te rafelen.



Twee grafieken van gewicht en ‘zin om te eten’. De eerste geeft het gewicht als functie van de tijd. De tweede toont de zin om te eten als functie van de tijd. De rode stippen zijn de gegevens tijdens de bewuste pogingen om af te vallen.

“We hebben de wiskunde hard nodig voor een wendbare samenleving”

A portrait of Jeroen van der Veer, a middle-aged man with short brown hair and glasses, wearing a dark suit, white shirt, and patterned tie. He is smiling slightly and looking towards the camera. The background is a blurred indoor setting.

Jeroen van der Veer (1947) is voormalig president-directeur en CEO van Shell. Tegenwoordig is hij voorzitter van de Raad van Toezicht van het Platform Bèta Techniek. Hij studeerde werktuigbouwkunde aan de TU Delft en economie aan de Erasmus Universiteit Rotterdam.

De wiskunde achter de olie

“In mijn tijd bij Shell werkten daar ongeveer honderdduizend mensen, waarvan ongeveer tweederde in technische of technisch gerelateerde functies. Daarvan was bijna de helft geschoold op HBO- of universitair niveau. We namen dus veel hooggeschoolde technici aan, waaronder wiskundigen.

De meeste wiskunde zit bij Shell in het ‘upstream’-gedeelte: het zoeken naar olie- en gasvelden, de exploratie en productie, de geologie en het transport. Boren in de grond is ontzettend duur en als je op basis van de seismische gegevens kunt berekenen waar de kans op grote voorraden het hoogst is, dan bespaart dat veel geld. Berekeningen op basis van seismische gegevens gebeuren met partiële differentiaalvergelijkingen en kansberekeningen. En voor het werk met poreuze media wordt op grote schaal numerieke stromings- en warmteleer gebruikt.

Daarnaast zit de wiskunde in het ‘downstream’-gedeelte: de olieraffinage, maar ook in de marketing en distributie van allerlei olieproducten. Bijvoorbeeld: hoe kun je het beste tienduizenden benzinstations bevoorraden? In het managen van grote, complexe projecten waarin miljarden omgaan, speelt wiskunde een minder grote rol. Wel worden wiskundige technieken nog gebruikt door de handelaren in ruwe olie en producten. Dat is dan meer financiële wiskunde.”

Techniekpromotie

“Niet alleen hebben we meer wiskundigen nodig, maar meer technici in het algemeen. Al met al is er in de komende jaren een tekort van honderdvijftigduizend technici. Gelukkig zijn de tekorten wel aan het afnemen, zij het langzaam. Opvallend is dat de laatste jaren de instroom aan de Technische Universiteiten groeit, ook in de wiskunde, en dat het aandeel van vrouwen groter wordt.

We zijn nu een paar decennia bezig met allerlei campagnes en slogans voor techniekpromotie, zoals ‘Kies exact’ of ‘Een slimme meid is op haar toekomst voorbereid’. Al die inspanningen tellen bij elkaar op. Recent zijn er ook wat meer rolmodellen gekomen:

Robbert Dijkgraaf bij het tv-programma De Wereld Draait Door bijvoorbeeld, maar ook jonge ICT-ondernemers. Belangrijk is verder dat dankzij de digitale media de technologie zichtbaar is geworden.


Het Platform Bèta Techniek doet veel aan wiskunde. We besteden nogal wat aandacht aan de Wiskunde Olympiade voor talentvolle leerlingen. Google heeft zelfs geld gegeven voor de vernieuwing van het wiskundeonderwijs. Zo komt er een nieuw examenprogramma en Google helpt met andere organisaties om het wiskundeonderwijs meer te richten op de beroepspraktijk. Speciale aandacht is hierbij voor analytische meetkunde, statistiek en grote databestanden.

Tot slot heeft Jet-Net, het netwerk jongeren en techniek, een speciale nieuwsbrief voor scholen en docenten waarin wiskundige toepassingen van bedrijven worden uitgelegd. Doel is de scholen en docenten te verrijken met wiskundige voorbeelden uit de praktijk. Het Platform stimuleert een hele waaier aan activiteiten in het hele onderwijs, van de basisschool tot en met de universiteiten.”

Vaardigheden

“De toekomstige samenleving wordt veranderlijker en complexer. Hoe kunnen we daarin succesvol zijn? Ten eerste door die complexiteit te begrijpen. Dat is op zich al lastig. Maar met alleen begrijpen komen we er niet, dus moeten we oplossingen bedenken. Daar komt bij dat we methoden moeten hebben om oplossingen te kunnen bijstellen in gevallen waar we fout zitten. Dat is risicomanagement. En daarnaast hebben we werkwijzen nodig om daadwerkelijk te kunnen bijstellen. Alles bij elkaar bepaalt dat de wendbaarheid van onze samenleving. Daar hebben we de wiskunde hard voor nodig.

Naast algemene managementtechnieken is logisch denken van groot belang. En dat is niet het alleenrecht van de wiskunde. Ook juristen zijn sterk in logisch denken. Maar juist wiskundigen zijn sterk in het analyseren van complexiteit en het vinden van oplossingen.”



Maatschappelijke thema's

Wat is de kans dat het **DNA-** **spoor** van de verdachte is?

Verdachten van een misdrijf laten vaak sporen na: van schoenafdrukken tot kledingvezels en DNA-sporen. Forensische statistiek rekt steeds nauwkeuriger uit hoe sterk zulk bewijsmateriaal is.





Bron: NFI

In 1999 werd het toen zestienjarige meisje Marianne Vaatstra verkracht en vermoord toen ze naar huis fietste. Op haar lichaam zat een DNA-spoor dat zeer waarschijnlijk van de dader afkomstig was. In de jaren daarna hield het Openbaar Ministerie ten minste twaalf verdachten aan, maar de dader werd niet gevonden. In september 2012 begon een DNA-bevolkingsonderzoek. Het idee was dat de dader wellicht opgespoord kon worden via familieleden. DNA-analysetechnieken kunnen op grond van het achtergelaten DNA-spoor aanwijzingen opleveren of de mogelijke dader genetisch verwant is aan een of meer van de deelnemers aan het DNA-bevolkingsonderzoek.

7.200 mannen die binnen een straal van vijf kilometer rond de plaats van het delict woonden stonden op vrijwillige basis DNA af. Het Nederlands Forensisch Instituut (NFI) vergeleek de DNA-profielen van deze vrijwilligers met dat van het DNA-daderspoor. Onverwacht vond het NFI een directe match met het DNA van ene Jasper S. Deze had dus vrijwillig meegedaan aan het bevolkingsonderzoek en hoefde dus niet eens via familieleden opgespoord te worden. In december 2012 bekende Jasper S. de moord. Hij werd veroordeeld tot achttien jaar cel.

Bloedgroep

De oplossing van de zaak Vaatstra is een van de vele voorbeelden van een succesvolle toepassing van forensische DNA-analyse op bijvoorbeeld achtergelaten speeksel, haar, bloed of sperma. "Forensisch onderzoek heeft zich de afgelopen jaren steeds meer ontwikkeld van een ambacht tot een wetenschap", vertelt statisticus Marjan Sjerps van het NFI, tevens deeltijdhoogleraar forensische statistiek aan de Universiteit van Amsterdam. Bij die wetenschap speelt de wiskunde, en dan met name de kansrekening en statistiek, een grote rol. Sjerps: "Dertig jaar geleden was de meest exacte uitspraak die we konden doen dat de bloedgroep van een spoor overeenkwam met die van een verdachte en dat de kans op toeval bijvoorbeeld tien procent was. Voor de huidige DNA-profielen is die kans kleiner dan 1 op 1 miljard."

Die kansbepaling wordt gebruikt in een bepaald type kansmodel: het Bayesiaanse kansmodel. Dit model heeft als belangrijke

eigenschap dat de waarschijnlijkheid van een hypothese op een natuurlijke manier bijgesteld wordt wanneer in de loop van de tijd extra bewijsmateriaal beschikbaar komt. Wanneer er een DNA-spoor op de plaats delict wordt gevonden, dan is de vraag van het Openbaar Ministerie aan het NFI om het spoor te analyseren en vast te stellen hoe sterk het bewijs is dat het DNA deels of volledig van de verdachte afkomstig is.

De sterkte van een bewijs wordt gemeten met de zogeheten *Likelihood Ratio* (LR) is. Hoe groter de LR, hoe sterker het bewijs dat het spoor echt van de verdachte afkomstig is. LR is de verhouding tussen twee kansen. De kans in de teller is de kans dat er een match is als het spoor met zekerheid van de verdachte afkomstig is. Die kans is vrijwel 1 wanneer het een heel mooi ongemengd spoor is en wanneer de analyse perfect gebeurt. De kans in de noemer is de kans dat er een match is als het spoor zeker niet van de verdachte afkomstig is. Hoe zeldzamer het DNA-profiel, hoe kleiner deze tweede kans is. Sjerps: “Het betrouwbaar bepalen van deze soortgelijke twee kansen voor allerlei typen sporen is een grote uitdaging voor de forensische statistiek.”

Slachtofferidentificatie

Hetzelfde type kansberekening als die in de zaak Vaatstra heeft het NFI succesvol gebruikt voor de identificatie van de slachtoffers van het vliegtuigongeluk in het Libische Tripoli in 2010. Daarbij kwamen 71 Nederlanders om. Slechts één persoon overleefde het ongeluk, het negenjarige Nederlandse jongetje Ruben. Het NFI gebruikte DNA van familieleden zoals ouders, broers en zussen om slachtoffers te identificeren.

Sjerps denkt dat de forensische statistiek in de komende jaren voor steeds meer verschillende sporen steeds nauwkeuriger de bewijskracht zal bepalen: “Dankzij nieuwe technische ontwikkelingen kunnen we bijvoorbeeld van steeds kleinere sporen het DNA of de chemische samenstelling bepalen. Ook kunnen we gemengde sporen – zoals een sigaret die door twee rokers is gedeeld – steeds beter analyseren. Verder maakt het NFI nu nog afzonderlijke rapporten voor de bewijskracht van bijvoorbeeld het vingerspoor, het DNA-spoor en de kledingvezels van dezelfde plaats delict. In de toekomst gaan we ook berekenen wat de gezamenlijke bewijskracht van deze sporen is.”



Het huis van de dader

Bij een seriemoordenaar is het moeilijk om te voorspellen wie het volgende slachtoffer zal zijn, maar rekenwerk kan wél aanwijzen waar de dader woont.

In de allereerste aflevering van de misdaadserie *Numb3rs* tart een seriemoordenaar de politie. De rechercheurs zoeken een patroon in de vindplaatsen van de lijken. Zo hopen ze te voorspellen waar de moordenaar de volgende keer zal toeslaan. De broer van een politieagent, die toevallig wiskundige is, legt uit dat dit onzin is: "Als je een tuinsproeier neemt en je kijkt naar het patroon van de druppels, dan is het onmogelijk om te voorspellen waar de volgende druppel zal landen. Maar het patroon van druppels vertelt je wel waar de sproeier staat."

Geheel in lijn met deze vergelijking maakt de wiskundige daarna een model dat voorspelt waar de moordenaar woont. De politie doorzoekt de betreffende wijk, maar DNA-onderzoek wijst uit dat de dader daar niet woont. De wiskundige past zijn model aan, om ook rekening te houden met het verschil tussen woon- en werkplek en in het nu extra aangewezen gebied weet de politie de dader te vinden. Dan blijkt dat hij net verhuisd is en dat het eerste model keurig zijn oude straat als verdacht had aangewezen.

De tv-makers hoefden voor dit verhaal maar heel weinig te verzinnen, want dit is bijna precies zo gebeurd in het echt. Alleen was het in dit geval niet de broer van een politieman die de oplossing bracht. In 1991 verzon criminoloog Kim Rossmo tijdens zijn promotie een formule om uit de locaties van misdaden te bepalen waar de dader waarschijnlijk woont. De formule bestaat uit twee termen. De ene term zegt dat de dader niet te dicht bij zijn eigen huis zal toeslaan. De andere term

zegt dat na die bufferzone de kans op een misdaad langzaam steeds kleiner wordt. Latere verfijningen van de formules houden ook rekening met de ernst van het delict. Hoe verder van huis, hoe gewelddadiger de daad. Het resultaat van de formules is precies zoals in *Numb3rs*: een kleurrijke landkaart met daarop per wijk aangegeven hoe waarschijnlijk het is dat de dader er woont.

Net als in de film

Inmiddels is Kim Rossmo hoogleraar aan de Texas State University en geeft hij leiding aan het *Center for Geospatial Intelligence and Investigation*. De aflevering van *Numb3rs* lijkt verdacht veel op de zoektocht naar een verkrachter die tien jaar lang in Louisiana actief was. In 1998 vroeg de tegen die tijd tamelijk wanhopige politie Kim Rossmo om hulp. Rossmo verzamelde een paar dagen lang gegevens en produceerde toen gekleurde landkaarten die aangaven waar de dader waarschijnlijk woonde. Daarmee bleef er een gebied van pakweg een vierkante kilometer over om te onderzoeken: de gevarenzone. Maar alle mannen in de wijk bleken na DNA-onderzoek onschuldig.

Toen kreeg de politie een tip over een nieuwe verdachte, die helemaal niet in het door Rossmo aangewezen gebied bleek te wonen. Een slimme detective ontdekte echter dat de man net verhuisd was en dat hij eerder midden in de gevarenzone woonde. Precies zoals in *Numb3rs*. DNA op een weggegooid sigaret bewijst dat deze verdachte inderdaad de dader is.

Het enige deductieve systeem

Kim Rossmo hoopt met zijn werk de wetenschap van het profileren exacter maken. Veel forensische wetenschap is gebaseerd op afleidingen in plaats van logische redeneringen: het is inductief in plaats van deductief. Een deductieve redenering gaat puur van de feiten en de logica uit. Denk aan:

*Alle mensen zijn sterfelijk
Socrates is een mens.
Dus Socrates is sterfelijk.*

Een inductieve redenering gaat uit van observaties waaruit je een zo aannemelijk mogelijke conclusie trekt. Denk aan:

*De afgelopen week liet mijn buurman elke ochtend om acht uur zijn hond uit.
Dus morgenochtend zal de buurman zijn hond om acht uur uitlaten.*

Inductieve redeneringen werken in de praktijk vaak goed, maar ze zijn niet waterdicht. In het voorbeeld hierboven kan de buurman zich best eens verslapen. Rossmo: “De meeste wetenschap is inductie: je legt je waarnemingen vast en maakt van daaruit generalisaties. Het enige echte deductieve systeem is wiskunde.”

Inmiddels heeft het systeem van Rossmo al geholpen bij het oplossen van honderden zaken. Rossmo benadrukt in interviews dat hij zich niet bezig houdt met voorspellingen. Zijn model gaat juist terug naar het beginpunt. Om dat uit te leggen gebruikt hij de metafoer van de tuinsproeier. Hij grapt dat hij 99% zeker weet dat de schrijvers van *Numb3rs* dat idee uit een interview haalden. De makers hoefden echt maar heel weinig zelf te verzinnen.



In het duister tasten

Hoe vind je in het donker de nooduitgang? Nieuw onderzoek laat zien dat het slimmer kan zijn om in je eentje rond te dwalen dan om de groep te volgen.

Jongensspelen. H.A.M. Roelants, Schiedam ca 1860-1870, verkregen via Wikimedia Commons.

Adrian Muntean vergelijkt het zoeken van de nooduitgang in het donker vaak met het kinderspel blindemantje. Alleen hebben nu alle spelers een blinddoek om.

Onderzoeksvragen komen soms uit onverwachte hoek. Adrian Muntean van de TU Eindhoven begon na te denken over nooduitgangen toen hij bij een voordracht zat. De voordracht ging over deeltjes die door een celwand een cel willen binnendringen. In de wand zitten verschillende soorten deurtjes. Elk deeltje moet blind op zoek naar zijn eigen deurtje. Muntean: “Die deeltjes zijn natuurlijk volslagen egoïstisch en gaan niet met elkaar overleggen. Hoe vinden ze hun eigen deurtje?” Hij vroeg zich onmiddellijk af hoe dit bij mensen werkt. Wat als de metro van Tokyo in een tunnel stil komt te staan en de lampen uitvallen?

Met welke strategie vinden de passagiers in het donker dan zo snel mogelijk de uitgang?

In de wetenschappelijke literatuur bleek dat er vooral veel gewerkt is aan het gedrag van massa's bij goed zicht. Maar in veel situaties is dat niet realistisch. Bij evacuaties van hoge gebouwen vallen de laatste jaren bijvoorbeeld steeds meer slachtoffers doordat de rook het zicht belemmert. Over hoe mensen in het donker de uitgang zoeken was echter nog vrijwel niets bekend.

Wantrouw je intuïtie

Muntean begon met een eenvoudig model van een gang die bestaat uit een rooster van vakjes. De mensen in de gang verplaatsen zich steeds willekeurig van vakje naar vakje. Als ze daarbij anderen tegenkwamen, dan vormden ze een groep en gingen ze samen verder. Muntean nam aan dat er een maximale groeps grootte was: als er al een enorme club samen rondliep, dan bleven mensen liever alleen zoeken.

Met deze en een paar andere eenvoudige aannames sloeg Muntean aan het rekenen: "Ons doel is niet om de perfect te beschrijven hoe groepsvorming werkt, we willen vooral zien wat het effect van de groepsdynamiek is op het aantal slachtoffers." De conclusie was glashelder: als de groepen te groot worden, keldert het aantal mensen dat veilig naar buiten komt. Hoe groter het aantal mensen in de gang, hoe sterker dit effect wordt. Een tweede analyse met een ander model leverde hetzelfde resultaat.

Dit klinkt erg tegenintuïtief, maar in noodsituaties zit de menselijke intuïtie er wel vaker naast. Berucht is het voorbeeld van brand in een tunnel. Mensen rennen automatisch weg van het vuur, maar als de luchtstroom de rook diezelfde kant optrekt, zullen ze stikken.

Muntean vroeg op een zomerschool aan collega's wat zij zouden doen als in het donker een uitgang moesten zoeken. Veel van hen antwoordden dat ze een muur zouden zoeken en die zouden volgen. Helaas kan dit ook rampzalig zijn: "In ons gebouw

zit de uitgang in het midden, daar zou die strategie dus vreselijk slecht werken."

Kleinere clubjes

Om beter te begrijpen waarom zijn model voorspelt dat kleine groepjes het beste werken, praatte Muntean met psychologen. Nu denkt hij dat de crux zit in het feit dat een grote groep niet snel door de deur komt als ze hem eenmaal hebben gevonden. Het verlaten van de ruimte gaat veel sneller als er steeds hooguit een paar personen tegelijk aankomen. Een grote groep moet eerst in kleinere clubjes uit elkaar vallen voordat er mensen naar buiten kunnen.

Muntean vindt het belangrijk dat wiskundigen naar bestaande ideeën kijken om te onderzoeken of ze wel kloppen: "Ons model laat zien dat het niet altijd verstandig is om de groep te volgen in een noodsituatie. Natuurlijk besef ik dat dit in het echt vreselijke dilemma's zijn. Maar je wil uiteindelijk het aantal slachtoffers zo klein mogelijk maken. Daarom is het goed om je af te vragen wat de veiligste strategie is."

De meeste vliegtuigongelukken ontstaan door een combinatie van technische, menselijke en omgevingsfactoren. Betere wiskundige kansmodellen dringen de kans op een ongeluk steeds verder terug.

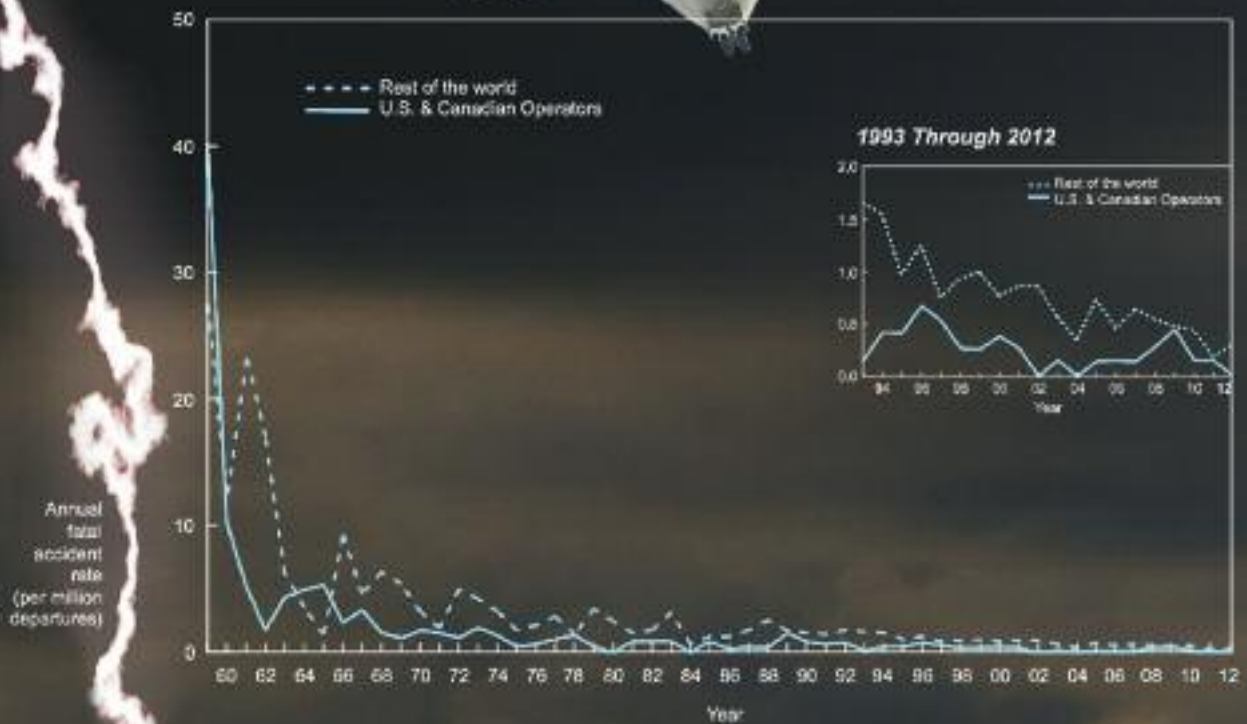
Minder vliegtuigongelukken door betere kansmodellen

In de laatste vijftig jaar is de kans op een dodelijk vliegtuigongeluk in de burgerluchtvaart spectaculair gedaald: van ongeveer 30 dodelijke ongelukken op een miljoen vluchten in 1959 tot minder dan 0,5 op een miljoen vluchten in 2012. Omdat elk ongeluk er natuurlijk nog steeds een te veel is, zoeken vliegtuigbouwers en luchtvaartautoriteiten voortdurend naar manieren om de vliegveiligheid nog verder te verhogen.

Veiligheidsonderzoeker Alfred Roelen van het Nationaal Lucht- en Ruimtevaartlaboratorium (NLR) in Amsterdam gebruikt wiskunde als hulpmiddel bij het modelleren van de kans op een vliegtuigongeluk. “Wij zoeken naar factoren die de grootste rol spelen bij het ontstaan van ongelukken, om ze vervolgens te

verkleinen”, zegt Roelen. “Aan de ene kant doen we dat door het verzamelen en statistisch analyseren van grote hoeveelheden vluchtgegevens. En aan de andere kant door betere modellen te maken van de kans dat er iets mis gaat tijdens een vlucht.”

Zo kan er een technisch probleem zijn, bijvoorbeeld met een vleugel, een motor of met de automatische piloot. Maar er kan ook iets fout gaan op menselijk gebied, bijvoorbeeld bij de piloot of de luchtverkeersleider. Daarnaast kunnen problemen optreden door weersomstandigheden. Vrijwel altijd ontstaat een vliegtuigongeluk door een kettingreactie van factoren.



Het aantal dodelijke ongelukken per miljoen vluchten tussen 1959 en 2012 (Bron: Boeing)

IJs op de vleugel

Roelen geeft een voorbeeld van een kettingreactie die hij wiskundig kan modelleren: “Stel, het sneeuwt op een vliegveld. Volgens de gangbare procedure wordt voor vertrek sneeuw en ijs van een vliegtuig verwijderd. Er is echter altijd een kans dat dit om wat voor reden dan ook niet goed gebeurt. Wat is nu de kans dat een vliegtuig opstijgt met sneeuw of ijs op een van zijn vleugels? Wat is vervolgens de kans dat – eenmaal in de lucht – de stroming rond die vleugel loslaat en het vliegtuig abrupt daalt? En tenslotte: Wat is dan de kans dat de piloot dit tijdig opmerkt en adequaat ingrijpt?”

Europese en Amerikaanse luchtvaartautoriteiten hanteren strenge eisen voor de faalkans van een vliegtuig. Vliegtuigbouwers moeten onder andere via wiskundige analyses aantonen dat de kans op een catastrofaal ongeluk kleiner is dan 1 op de miljard vliegreizen (ofwel: ongeveer 1 ongeluk in ruim honderd-duizend jaar). Roelen: “Die kans is zó klein dat je het vliegtuig daar niet op kunt testen in de praktijk. Dus moeten we iets anders verzinnen. Dat doen we door het vliegtuig uiteen te rafelen in afzonderlijke componenten en voor elke component de faalkans te meten of te schatten.”

De faalkansen voor de technische onderdelen zijn het makkelijkst te bepalen, meestal via testen in een laboratorium. Faalkansen bepalen voor menselijk gedrag is veel moeilijker. Als een luchtverkeersleider tijdens een landingsprocedure tegen de piloot zegt “duizend voet zakken” en hij bedoelde “tweeduizend voet zakken”, dan kan dat fataal zijn. Via psychologische tests wordt in kaart gebracht hoe vaak mensen fouten maken als functie van de drukte in hun hoofd.

Roelen: “Het eenvoudigste model bepaalt de kans op een menselijke fout in drie situaties: een mens heeft het heel druk, gemiddeld druk, of rustig. Het is logisch dat een mens de meeste fouten maakt wanneer hij het heel druk heeft. Maar als hij het heel rustig heeft, is zijn aandacht niet zo scherp en maakt hij ook meer fouten dan wanneer hij het gemiddeld druk heeft.”

Killer

Twintig jaar geleden was een van de grootste ‘killers’ in de burgerluchtvaart een type ongeval dat *controlled flight into terrain* heet: Een vliegtuig is normaal op weg richting een vliegveld. Er is niks mis met het toestel, maar onverwacht vliegt het tegen een berg aan, die niet ver van het vliegveld ligt. Dankzij een gedetailleerde statistische analyse van dit soort ongelukken, konden Roelen en zijn collega’s aantonen wat de belangrijkste oorzaak was.

Roelen: “Vliegvelden die geen radiosignalen gebruikten om een vliegtuig bij de landing te begeleiden, hadden een vijfmaal hogere kans op dit type ongelukken. Mede dankzij ons werk hebben toen meer vliegvelden de benodigde radio-apparatuur aangeschaft. Die apparatuur wordt tegenwoordig trouwens steeds meer vervangen door GPS-apparatuur. Ook daarvoor worden weer wiskundige modellen opgesteld om de faalkans te schatten.”

“Als je nooit slipt,
rijd je niet hard
genoeg.”

A portrait of Jos Benschop, a middle-aged man with short brown hair, wearing a dark suit, white shirt, and a blue patterned tie. He is looking directly at the camera with a slight smile. The background is a blurred office interior with warm lighting.

Jos Benschop (1960) is senior vice-president technologie bij ASML. Hij is verantwoordelijk voor het onderzoeken en ontwikkelingsprogramma van het bedrijf. Daarnaast is hij deeltijdhoogleraar *industrial physics* aan de Universiteit Twente. Benschop studeerde natuurkunde en promoveerde aan de Universiteit Twente. Sinds 1997 werkt hij bij ASML.

Een machine vol wiskunde

“ASML-machines maken computerchips door met licht op siliciumschijven te schrijven. Lithografie heet dit proces. Bij het ontwerpen van onze machines passen we volop wiskunde toe. We rekenen veel, we modelleren en we vertalen wiskunde in algoritmes en die weer in software. Dat maakt het soms ook moeilijk aan te wijzen waar de wiskunde nu in onze producten zit. Een lichtbron is duidelijk natuurkunde; een bewegend onderdeel is werktuigbouwkunde. Maar al die zaken zijn ook gebaseerd op wiskunde.

Een concreet voorbeeld is het gebruik van wiskundige optimalisering. Op onze machines zitten als het ware duizend knoppen waaraan we kunnen draaien. Stel dat we een L-vormige structuur op een chip willen printen. Omdat we dicht tegen de grens zitten van wat natuurkundig mogelijk is op deze kleine schaal, krijgen we in eerste instantie nooit precies een L met rechte hoeken. Om dat toch voor elkaar te krijgen, gebruiken we een truc. We brengen een extra structuur aan op het masker, het onderdeel waar het licht doorheen gaat. Het ontwerpen van die extra structuur gebeurt met wiskundige optimalisatie.

In de afdeling *Development and Engineering* werken zo'n drieduizend mannen en vrouwen. Meer dan een derde maakt software, en daarbij zijn snelle rekenalgoritmes cruciaal. Onderzoek bij ASML is multidisciplinair en bij al onze onderzoeksafdelingen speelt wiskunde een rol.”

Snelle innovatie

“Het meest interessante aan ASML is dat de innovatiegraad zo hoog is. Onze technologie heeft enorm veel waarde, maar die is wel van korte duur. De helft van onze producten is minder dan twee jaar oud. Wij worden gedreven door de Wet van Moore: elke achttien maanden verdubbelt het aantal transistors op een chip. Dat ervaringsfeit geldt al vijftig jaar. Om dat bij te houden moeten we continu blijven innoveren.

De bedrijfstak van de computerchips heeft een vooruitblik tot 2025 opgesteld: de *International Technology Roadmap for Semiconductors*. Daarin staat te lezen wat de bedrijfstak wil bereiken in termen van snelheid en aantal transistoren op een chip. Als ASML niet innovatief genoeg is, en dus weinig risico's neemt, dan verliezen we concurrentiekracht. Is ASML echter te risicovol bezig, dan loopt de klant het gevaar een product te krijgen dat niet werkt. We opereren voortdurend tussen die twee uitersten. Maar om voormalig Formule-1-coureur Niki Lauda te citeren: als je nooit slipt, rijd je niet hard genoeg.”

Brug naar universiteiten

“Vroeger deden bedrijven hun onderzoek en ontwikkeling achter gesloten deuren. Tegenwoordig is er meer openheid. Deeltijd-hoogleraren zoals ik proberen een brug te slaan tussen ASML en de universiteiten. Daarnaast heeft ASML begin 2014 een apart Instituut voor Nanolithografie opgericht op het Science Park in Amsterdam. Het instituut wordt academisch gerund en we hopen op verrassende ideeën waar we zelf niet op zouden zijn gekomen.

Bij ASML besteed ik ongeveer de helft van mijn tijd aan onderzoek en ontwikkeling. Vroeger was ik goed in het oplossen van partiële differentiaalvergelijkingen, maar dat lukt me nu niet meer. Ik werk nu op een andere manier. Ik ben verantwoordelijk voor mensen, budgetten en processen, en dat kost veel tijd. Maar ik heb in de loop der jaren gelukkig een gevoel ontwikkeld voor verhoudingen; ik heb wetten en vuistregels in mijn achterhoofd. Na vijftien jaar lithografie weet ik ongeveer wat ertoe doet en wat niet.”



Goedkopere regenmeters

Goede regenmeters zijn erg duur. Dankzij een uitgekiende combinatie van elektronica, natuurkunde en wiskunde is er nu een nauwkeurige regenmeter voor een fractie van de normale prijs.

De regenmeter in een weiland.
Bron: disdrometrics (www.disdrometrics.com)

Professionele weerstations kosten rond de tienduizend euro. Eén van hun kwetsbaarste, en dus duurste, onderdelen is de regenmeter. Onderzoeker Rolf Hut zoekt naar goedkopere alternatieven. Samen met zijn promotor Nick van de Giesen en enkele studenten wil hij betaalbare meetapparatuur produceren. Eén van hun beweegredenen is dat landbouw in Afrika zoveel beter zou kunnen. Hut: “Als je kijkt naar hoeveelheid zon en regen daar, dan zou een klein deel van het grondoppervlak genoeg moeten zijn om de hele wereld te voeden. Maar nu is

opbrengst per vierkante meter te vergelijken met de efficiëntie van onze landbouw in de middeleeuwen. Een van de grootste knelpunten is dat boeren niet genoeg gegevens over het weer hebben om goede beslissingen te nemen.”

Idealiter zou er in Afrika om de pakweg dertig kilometer een weerstation staan, maar dat is alleen haalbaar als de apparaten veel goedkoper worden. Rolf Hut liet zijn studenten Coen Degen en Stijn de Jong beginnen met het lastigste onderdeel:

de regenmeter. Veel regenmeters zijn een soort opvangbakje waarbij het bakje als het vol is omklapt. Die bewegende onderdelen zijn kwetsbaar en vergen veel onderhoud. Bij een collega van Hut gaf zo'n regenmeter eens aan dat het enorm regende, terwijl het al dagen droog was. Bij nadere inspectie bleek er 's nachts een kikker in het bakje te slapen.

Zachtjes tikt de regen

De nieuwe regenmeter van Hut en consorten werkt fundamenteel anders: hij meet het geluid van de druppels die erop vallen. Het grote voordeel hiervan is dat er ook gemeten kan worden hoe groot de losse druppels zijn, zodat je het verschil ziet tussen urenlange motregen of een korte stortbui. Voor allerlei weerkundige modellen is het enorm handig om de verdeling van de druppelgrootte te kennen. Bestaande meetsystemen die de druppelgrootte meten zijn alleen nóg duurder dan regenmeters met een bakje, al snel richting de drieduizend euro. Dat moet goedkoper kunnen volgens Hut.

Zijn regenmeter bestaat uit een PVC-buis met een schuin dakje. Onder dat dakje zit een kristal dat onder druk een stroompje produceert. Zo wordt het tikken van de druppels omgezet naar een signaal. De elektronica in de regenmeter rekent dat signaal razendsnel om naar de grootte van één druppel. Hut: "Dáár zit de wiskunde. Het geluid komt met ruim honderdduizend meetpunten per seconde binnen; het is de kunst om een stukje elektronica te ontwikkelen waarop een algoritme draait dat snel genoeg is om die informatie te verwerken."

Zijn wapen hierbij is de signaalanalyse. Eerder gebruikte Hut die al om te analyseren hoe bijstandsuitkeringen verdeeld zijn over verschillende gemeenten (in Groningen en Limburg bleken er relatief veel mensen met een uitkering te wonen). Nu zet hij deze techniek in om de druppelgrootte te berekenen. Dat doet hij met de zogenaamde Fourier-analyse: een methode om functies te schrijven als een som van eenvoudiger goniometrische functies zoals de sinus en cosinus. Hut: "Fourier-analyse is zo'n krachtig middel. Bij elk proces dat je kunt beschrijven in termen van een ingang, een uitgang en een reeks gewone differentiaalvergelijkingen, kun je deze techniek gebruiken om een relatie

te vinden tussen de ingang en de uitgang. Hoe ingewikkeld die vergelijkingen verder ook zijn."

Hut vindt het jammer dat kennis uit verschillende vakgebieden niet vaker geïntegreerd wordt, juist omdat wiskunde op zoveel plaatsen nuttig is. "Signaaltheorie was een apart vak en niemand vertelde ons dat Fourier-analyse ook een vorm van lineaire algebra was, dat was namelijk een ander vak. Maar als je eenmaal doorhebt hoe het écht zit, is het veel makkelijker om dezelfde theorie in verschillende domeinen toe te passen."

Vijftig van die graag

Rolf Hut en zijn team ontwikkelden de regenmeter in eerste instantie als een academisch project aan de TU Delft, maar toen Hut er op conferenties over sprak, merkte hij dat er een enorme markt voor is: "Mensen wilden er gelijk vijftig kopen." Daarom is hij met Nick van de Giesen en de inmiddels bij hem afgestudeerde Stijn de Jong een bedrijf begonnen. Ze zijn bezig met het opzetten van de productie: "We mikken nu op tweehonderd euro voor een regenmeter. Bij massaproductie is zelfs een prijs onder de honderd euro haalbaar. Uiteindelijk willen we een compleet weerstation bieden dat voor nog geen vijfhonderd euro dezelfde meetkwaliteit levert als die van tienduizend euro."

Het opstellen van betrouwbare weersverwachtingen zit vol met wiskundige uitdagingen. Chaos temmen is daarvan de meest fundamentele.

Hoeveel beter kan de weers- verwachting nog worden?

Een vlinder die in Brazilië met zijn vleugels klapwiekt, kan maanden later een tornado in Texas veroorzaken. Dat was de krachtige metafoor die de Amerikaanse wiskundige en meteoroloog Edward Lorenz in 1961 gebruikte voor een fundamentele eigenschap van weersmodellen: een kleine verandering in de beginvoorwaarden kan na verloop van tijd tot een totaal andere uitkomst leiden. Soms duurt dat een maand, soms een week en soms zelfs maar een dag. Dit effect heet het 'vlindereffect'. Meer in het algemeen staat het vlindereffect model voor het verschijnsel chaos: een systeem dat wiskundig exact bepaald is volgens een algoritme, kan toch een schijnbare wanorde of chaos opleveren.

Lorenz was ook de eerste die onderzocht wat de voorspelbaarheidshorizon van het weer is: de termijn waarop de weersverwachting zo onzeker is geworden dat hij onbruikbaar is. Lorenz schatte de voorspelbaarheidshorizon op twee weken. "Die schatting is vrij goed gebleken", zegt wiskundige Jan Barkmeijer,

clusterleider modellen bij het weeronderzoek van het KNMI. "Door het fenomeen chaos zal het moeilijk worden om voorbij die twee weken te komen."

Toch is de weersverwachting in de afgelopen decennia sterk verbeterd. Barkmeijer: "In de afgelopen twee decennia is de weersverwachting met een dag per decennium verbeterd. Twintig jaar geleden konden we het weer gemiddeld gesproken vijf dagen vooruit goed voorspellen. Nu zitten we op zeven dagen vooruit."

Kansmodellen

Wereldwijde weersmodellen doen berekeningen op een blokjesrooster dat denkbeeldig over de aarde wordt gelegd. Horizontaal meten die blokjes zestien bij zestien kilometer; in de

hoogte tussen tientallen en honderden meters. Lokale weermodellen voor Nederland rekenen met nog kleinere blokjes, want hoe kleiner de blokjes, hoe gedetailleerder de modellering het weer. “Voor een tweedaagse weersverwachting laten we ons model achttmaal per dag draaien op onze eigen supercomputer”, zegt Barkmeijer. “De weersverwachting kunnen we dan telkens up-to-date brengen met nieuwe meetgegevens. Het optimaal combineren van onze modellen met nieuwe meetgegevens is een wiskundige kunst op zich.”

Nu zijn de beginwaarden van bijvoorbeeld temperatuur, druk en windsnelheid natuurlijk nooit perfect bekend. Daarnaast is een weermodel nog steeds een vereenvoudiging van het echte weer. Om te kijken hoe de weersverwachting verandert wanneer de beginwaarden en de modellen een beetje worden verstoord, laten sommige instituten weermodellen vijftig maal met iets andere beginvoorwaarden en iets andere modellen rekenen. “Typisch zien we dan dat die vijftig modelvoorspellingen in de loop van dagen steeds meer uit elkaar gaan lopen totdat de verschillen op een termijn van twee weken niet meer groter worden”, zegt Barkmeijer. Het KNMI ontvangt tweemaal per dag dit soort ensemble- of kansmodellen van het Europees Centrum voor Weersverwachtingen op Middellange Termijn (ECMWF), gevestigd in Engeland.

Toen in oktober 2012 op de Caribische Zee een orkaan ontstond, was de grote vraag natuurlijk welke route de orkaan zou volgen. De Amerikanen vroegen zich af of de orkaan na Jamaica en de

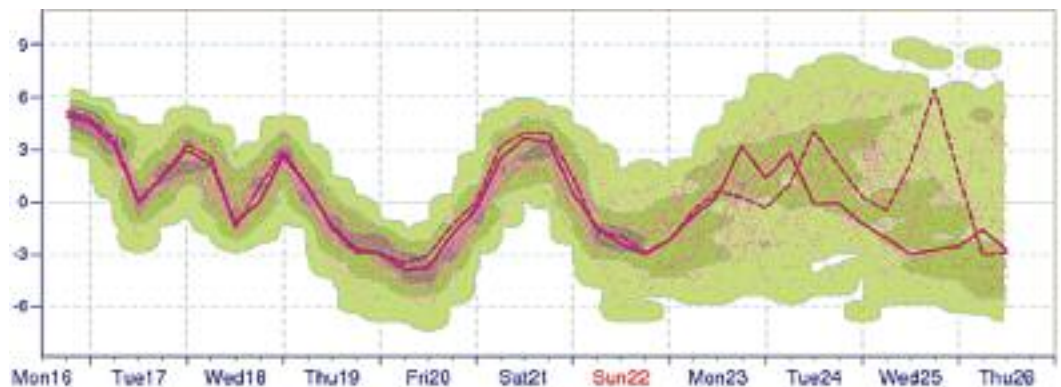
Bahama's ook over de VS zou trekken. Een deel van de ensemblemodellen zei van wel, een ander deel zei van niet. “Dat was al acht dagen van tevoren”, zegt Barkmeijer. “Maar elke dag gaf een groter deel van het ensemble aan dat de orkaan ook bij de VS aan land zou komen. Die informatie is cruciaal om zo vroeg mogelijk evacuatieplannen aan te kondigen. Hierin zien we de grote rol van ensemblemodellen.”

Elfstedentocht voorspellen

Zowel de weersobservaties, als de natuurkundige en wiskundige kanten van de weermodellen bieden nog voldoende ruimte voor verbetering. Daarnaast neemt de computerrekenkracht nog steeds toe, waardoor de weermodellen op een steeds gedetailleerder rooster kunnen rekenen. Maar dat we een Elfstedentocht drie maanden van te voren kunnen voorspellen, zoals sommige elk jaar wel weer beweren, is echt onzin, zegt Barkmeijer. “Qua weer is Europa een vrij instabiel gebied, waardoor seizoensverwachtingen hier niet bruikbaar zijn.”

In Europa lijkt een voorspelbaarheidshorizon van twee weken de limiet te zijn, maar ook binnen die periode van veertien dagen valt nog heel wat winst te boeken. Barkmeijer: “Als ik kijk welke wetenschappelijke ontwikkelingen nog in de pijplijn zitten, dan verwacht ik dat we de weersverwachting nog wel met een dag kunnen verbeteren. Een kwalitatief goede verwachting voor over acht dagen moet mogelijk zijn.”

Pluimmodel: verschillende weersvoorspellingen binnen een ensemble gaan in de loop van de tijd steeds meer uit elkaar lopen totdat de verschillen op een termijn van twee weken niet meer groter worden. Op de verticale as staat de temperatuur in graden Celsius. Bron: ECMWF



Digitale beveiligingen kraken om ze veiliger te maken



Tegenwoordig draait cryptografie niet meer om geheimschriften, zoals een eeuw geleden, maar grotendeels om wiskunde. En die moderne cryptografie beveiligt steeds meer alledaagse toepassingen.

In 2008 kraakten onderzoekers van de Radboud Universiteit Nijmegen de ov-chipkaart. Ze lieten zien hoe ze er gratis mee konden reizen. Maar het probleem was veel groter dan de ov-chipkaart alleen. De chip in deze Nederlandse reizigerskaart, de Mifare Classic, is in ruim een decennium wereldwijd in meer dan een miljard pasjes verwerkt. En daaronder zijn ook toegangspasjes tot overheidsgebouwen en militaire installaties.

Het is een goed gebruik dat wetenschappers na de ontdekking van een beveiligingslek de producent informeren en hem de tijd geven om het product te repareren: zes maanden voor het aanpassen van hardware en zes weken voor software. De Radboud-onderzoekers waarschuwden in 2008 de Nederlandse

overheid, de binnenlandse veiligheidsdienst en de fabrikant van de ov-chipkaart, het Nederlandse bedrijf NXP. De paniek was groot. NXP probeerde een wetenschappelijke publicatie van de onderzoekers over het beveiligingslek tegen te houden, maar de rechter oordeelde dat de waarheid van publiek belang was en stond publicatie toe.

Geheime sleutel

Roel Verdult, een van de hackers van toen, en inmiddels gepromoveerd aan de Radboud Universiteit, ziet het als een maatschappelijke taak van onderzoekers van digitale veiligheid om

beveiligingen kritisch tegen het licht te houden. “Het is heel moeilijk om een theoretisch bewijs te leveren dat een digitale beveiliging zo-en-zo sterk is”, vertelt Verdult. “Daarom wordt in de praktijk een pragmatische aanpak gekozen. Dit houdt in dat het bij het bouwen van een goed cryptosysteem hoort om ook te proberen het te kraken. Zo kunnen wetenschappers uit allerlei voorgestelde beveiligingen de beste selecteren.”

Zowel het maken als het breken van cryptografische beveiligingen is gebaseerd op wiskunde. Centraal staat een cryptografisch algoritme: een rekenrecept dat geheime digitale sleutels genereert. Een veel gebruikte methode is het uitvoeren van een rekenoperatie op drie getallen: allereerst een bekend getal, bijvoorbeeld het identificatienummer van een kaart, vervolgens een geheime waarde die dient als sleutel, en ten slotte een willekeurig getal dat ter plekke gegenereerd wordt. Hoe moeilijker de sleutel en hoe willekeuriger het getal, des te moeilijker het te kraken is en hoe beter de beveiliging.

In het voorbeeld van de ov-chipkaart werkt het als volgt. Zodra een chipkaart in de buurt van een leesapparaat komt, stuurt de kaart een uniek identificatienummer naar de lezer. Met dat nummer genereert de lezer een reeks cryptografische sleutels. Kaart en lezer checken razendsnel via elektromagnetische signalen bij elkaar of ze de geheime sleutel kennen. Als dat het geval is, wordt de reiziger in- of uitgecheckt.

“Het algoritme dat bij de Mifare Classic en dus ook bij de ov-chipkaart werd gebruikt, was al bij het ontwerp onveilig”, vertelt Verdult. “Maar omdat het algoritme geheim werd gehouden, heeft het een tijd geduurd voordat we de ontwerpfouten konden waarnemen. We hebben direct daarna iedereen gewaarschuwd over de bestaande zwakheden. Alhoewel wij de eersten waren die openlijk over de problemen spraken, is het niet onwaarschijnlijk dat deze zwakheden in het geheim al misbruikt werden door anderen.”

Eigenlijk moet het uitgangspunt zijn dat de veiligheid van een cryptosysteem alleen zou moeten afhangen van de sleutel en niet van het algoritme, vindt Verdult. “De willekeurige en geheime getallen worden telkens opnieuw berekend, terwijl het algoritme steeds hetzelfde blijft. Een goed algoritme wordt



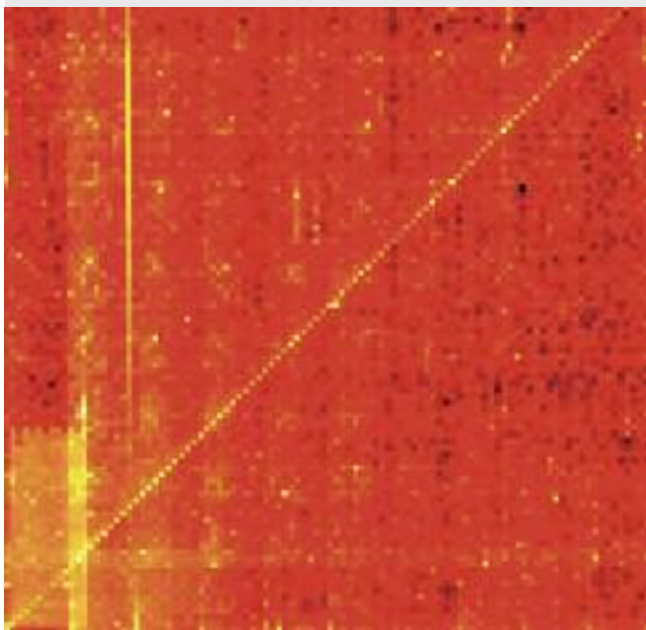
niet onveilig wanneer het openbaar is. Sterker nog, iedereen kan dan checken dat het een goed algoritme is. En iedereen kan verbeteringen voorstellen om het nog sterker te maken.”

Nieuwe pas

De aanbevelingen van de onderzoekers voor een sterk verbeterd cryptosysteem werden meteen ter harte genomen door de Nederlandse overheid. Die rolt inmiddels een veilige Rijkspas uit voor de toegang tot ministeries en andere belangrijke gebouwen. Een mooi voorbeeld van het nut van hun werk, zegt Verdult. Maar heel anders ligt het bij de ov-chipkaart. “Daar zijn er eigenlijk alleen wat pleisters geplakt om de beveiliging te verbeteren. Maar in de kern zit nog steeds hetzelfde onveilige Mifare Classic-algoritme. Raar eigenlijk, want zelfs de producent van de Mifare Classic adviseert om de chip niet meer te kopen.”

Na het kraken van de ov-chipkaart in 2008 hoorde je sommige mensen ter verontschuldiging zeggen dat elk systeem te kraken is. Maar Verdult benadrukt dat je die uitspraak nooit van een crypto-onderzoeker zult horen: “Er zijn wel degelijk vele algoritmes die wel veilig zijn. Een bekend voorbeeld is de *Advanced Encryption Standard* (AES), geïntroduceerd in 1998 en na ruim vijftien jaar nog steeds niet te kraken.” Het is de taak van crypto-onderzoekers om uit te zoeken welke algoritmes veilig zijn en bij welke toepassingen ze het beste ingezet kunnen worden.

Patronen in pincodes



**Ontdek de patronen,
en kies zelf voortaan
een betere code!**

Wat doet u als u zelf de pincode voor uw bankpas mag kiezen? Of als u een viercijferige code in kunt stellen voor het kluisje in een hotelkamer? Waarschijnlijk bent u voorspelbaarder dan u denkt.

Data-analist Nick Berry verzamelde miljoenen gegevens van gelekte wachtwoorden en databases van pincodes. Uiteindelijk had hij een verzameling van miljoenen gebruikers die een viercijferige code kozen. Alle in totaal tienduizend mogelijke combinaties kwamen minstens één keer voor, maar sommige kwamen veel vaker voor dan anderen: liefst één op de tien mensen kiest bijvoorbeeld als supergeheime code 1234. Een dief komt één op de vijf kluizen binnen door slechts de vijf codes 1234, 1111, 0000, 1212 en 7777 te proberen.

Berry maakte dit fascinerende plaatje dat laat zien hoe vaak de combinaties voorkomen. Op de horizontale as staan de eerste twee cijfers van de pincode van 00 tot 99. Op de verticale as staan de laatste twee cijfers van de pincode, ook weer van 00 tot 99. Zo staat elk vierkantje voor precies één pincode. Hoe vaker de pincode gekozen wordt, hoe lichter hij is. Dus 1234 is wit en de minstvoorkomende pincode 8068 zwart. Dit plaatje laat allerlei interessante dingen zien over hoe mensen hun pincodes kiezen.



Talen temmen door woordgebruik te tellen

Dankzij een wiskundige wetmatigheid in taal kan Google in een fractie van een seconde een zoekvraag beantwoorden of een tekst automatisch vertalen.

Wat is het meest gebruikte woord in het Nederlands? Dat hangt af van wat voor soort taalgebruik je bekijkt. Gaat het om geschreven Nederlands in kranten en tijdschriften, dan is 'de' het meest gebruikte woord. Maar neem je het gesproken Nederlands, dan komt het woord 'ja' bovenaan te staan. En op Twitter is 'ik' de koploper.

Toch hebben geschreven Nederlands, gesproken Nederlands en Twitter-Nederlands één ding met elkaar gemeen: het meest voorkomende woord binnen een zo'n domein komt tweemaal zo vaak voor als nummer twee op de ranglijst, driemaal zo vaak als nummer drie, enzovoort. Wanneer we de frequentie van het meest voorkomende woord op 1 stellen, dan vormen de woordfrequenties de rij 1, 1/2, 1/3, 1/4...

Uitgedrukt in een wiskundige formule, heet dit patroon de wet van Zipf, naar de Amerikaanse taalwetenschapper George Zipf, die de wet in 1935 ontdekte. "Deze wet blijkt voor alle talen en voor alle verzamelingen teksten binnen een taal te gelden, of je nu kijkt in een Chinees wetboek, een Noorse bijbel of in Engelstalige e-mails van een groot bedrijf", zegt Antal van den Bosch, hoogleraar aan de Radboud Universiteit Nijmegen en specialist in computationele taalkunde. "De wetboek van Zipf is een empirische wet, maar hij klopt vrij nauwkeurig. Alleen aan het begin, bij de top 10 van woorden, en aan de staart, bij de zeldzame woorden, wijkt de praktijk een beetje af van de wiskundige formule."

De top-10 van geschreven Nederlands:

1. **de**
2. **van**
3. **het**
4. **een**
5. **en**
6. **in**
7. **is**
8. **dat**
9. **op**
10. **te**

De top-10 van gesproken Nederlands:

1. **ja**
2. **dat**
3. **de**
4. **en**
5. **uh**
6. **ik**
7. **een**
8. **is**
9. **die**
10. **van**

Efficiënt zoeken

Precies omdat de wet van Zipf universeel geldig is, kan Google's zoekmachine zo razendsnel antwoord geven. Van den Bosch: "De truc die Google gebruikt, is dat ze een woordindex van het Web hebben gemaakt en deze voortdurend bijwerken. De woordindex vertelt welk woord in welk document voorkomt. Met de wet van Zipf kun je nu laten zien dat die woordindex compact is. En dat betekent weer dat je deze compact op harde schijven kunt opslaan en gemakkelijk kunt distribueren naar datacentra over de hele wereld."

Waarom is die woordindex precies compact? Google heeft toegang tot tientallen miljarden webpagina's, maar het aantal woorden per taal loopt 'slechts' in de miljoenen, waarvan er trouwens meestal maar enkele honderdduizenden in een officieel woordenboek staan. De wet van Zipf leert ons nu dat de helft van het aantal woorden in een grote tekstverzameling maar eenmaal voorkomt. Dankzij Zipf weten we ook dat in de top 300 bijna alle functiewoorden staan (lidwoorden, voornaamwoorden, voorzetsels...) en de meest gebruikte inhoudswaarden (zelfstandige naamwoorden, werkwoorden, bijwoorden, bijvoeglijke naamwoorden). Deze beide eigenschappen maken de woordindex compact.

De top-10 van Twitter:

1. ik
2. je
3. de
4. en
5. een
6. is
7. niet
8. het
9. op
10. in

Van den Bosch: “Wanneer wij een zoekterm intikken, hoeft Google dus niet in tientallen miljarden documenten te zoeken, maar in de veel hanteerbaardere woordindex. En tikt iemand vier zoekwoorden in, dan neemt de zoekmachine de overlap van vier verzamelingen. Elke verzameling vertelt op welke webpagina het betreffende woord voorkomt. Die berekening is eenvoudig en dus razendsnel.”

Automatisch vertalen

Automatische vertaalmachines benutten een soort afgeleide eigenschap van de wet van Zipf, een eigenschap van het voorkomen van combinaties van woorden. Google Translate gebruikt een grote database met bestaande vertalingen, bijvoorbeeld officieel vertaalde teksten van het Europees parlement, of vertaalde ondertitels van films. Om een nieuwe tekst van bijvoorbeeld het Nederlands naar het Engels te vertalen, zoekt de vertaalmachine naar zo lang mogelijke woordcombinaties die in de bestaande vertalingen zo vaak mogelijk op dezelfde manier zijn vertaald.

De vertaalmachine ziet bijvoorbeeld dat het Shakespeare-citaat ‘Juliet is the sun’ altijd vertaald wordt als ‘Julia is de zon’. Dan zal dat wel de juiste vertaling zijn. Hoe vaak woordcombinaties in een bepaalde volgorde voorkomen, is ook weer verdeeld op een Zipf-achtige manier: slechts een beperkt aantal combinaties komt heel veel voor. En net zoals de woordindex compact is, zo is de index van woordcombinaties ook compact. Daarom doet een vertaalmachine zo snel zijn werk.

Deze statistische manier van vertalen werkt goed voor teksten die sterk lijken op al bestaande teksten. Maar hoe unieker en creatiever de tekst, hoe moeilijker de vertaalmachine het heeft. “Poëzie is notoir moeilijk”, zegt van den Bosch. “De heilige graal binnen mijn vakgebied is dan ook: hoe kunnen we ervoor zorgen dat machines taal ook echt begrijpen? Want dat doet Google Translate nog steeds niet, hoe handig hij vaak ook is.”

Louise Gunning (1951) is voorzitter van het College van Bestuur van de Universiteit van Amsterdam en de Hogeschool van Amsterdam. Daarvoor was ze bestuursvoorzitter van het Academisch Medisch Centrum (AMC) en voorzitter van de Gezondheidsraad. In 2013 werd ze door het maandblad *Opzij* uitgeroepen tot de machtigste vrouw in Nederland op het gebied van onderwijs en wetenschap.

“Statistiek is onmisbaar voor de gezondheidszorg”

Epidemiologie

“Ik heb medicijnen gestudeerd en raakte later, toen ik bij de Johns Hopkins Universiteit in Baltimore (VS) werkte, geïnteresseerd in de epidemiologie. De epidemiologie geeft inzicht in factoren die bij ziektes een rol spelen, zoals leeftijd of voeding. Het vakgebied richt zich op bevolkingsgroepen, niet op individuele patiënten. Statistiek is hierbij een belangrijk hulpmiddel.

Met mijn promotieonderzoek aan de Erasmus Universiteit Rotterdam was ik de eerste in Nederland die een simulatiemodel van de volksgezondheid heeft gemaakt. Ik heb in die tijd relatief veel aan wiskunde gedaan. Het was weliswaar geen hogere wiskunde, maar het was belangrijk dat in het denken over gezondheid wiskundige relaties werden opgenomen.”

Big Data

“De belangstelling voor wiskunde is altijd gebleven, ook al deed ik zelf geen onderzoek meer. Als bestuurder kreeg ik te maken met medisch onderzoek dat een revolutie doormaakte. Een belangrijke rol hierbij speelde de grote hoeveelheden genetische data die beschikbaar kwam. En hiermee nam het belang van kwantitatieve analyses nog verder toe. De bio-informatica was daar een voorloper van.

Met het klassieke causale denken als enige onderzoeksmethode kunnen we niet meer uit de voeten. Vroeger was het alleen: van hypothese naar data en van data naar toetsen. In de wereld van Big Data kan het ook andersom: je begint met data, zoekt naar verbanden en zoekt daar een hypothese bij. Ik moest daar aan wennen, maar ik ging inzien dat het een belangrijke nieuwe methodologie is.

Een recent voorbeeld is het Parelsnoer Initiatief (PSI), dat acht academische ziekenhuizen hebben opgericht. Dat bundelt klinische data en lichaamsmaterialen zoals bloed, urine en stukjes weefsel. De materialen worden in grote vriezers bewaard. Dit initiatief biedt mogelijkheden voor genetisch onderzoek op grote schaal, waarbij we de wiskunde niet kunnen missen.

Toen het genoom ontrafeld werd, dachten we nog dat een bepaalde ziekte door één fout gen kwam. Nu weten we dat er meestal vele genen bij één ziekte betrokken zijn. Tegenwoordig is de vraag of een ziekte een kwestie is van aanleg of van opvoeding en levensstijl terug van weggeweest. De statistiek kan een uitspraak doen over hoeveel procent door genetische aanleg komt en hoeveel procent door opvoeding en levensstijl.”

Wiskunde & beleid

“Ik heb ervaren hoe lastig het is om in beleidskringen en in de politiek wiskundige principes te bespreken. Dat zie je vooral als het gaat om het inschatten van risico's en het doen van kansberekeningen. De zaak rond de veroordeling van de verpleegkundige Lucia de B. spreekt boekdelen. Niet alleen de rechters begrepen niet precies wat er speelde, maar ook de medische specialisten niet. Deskundigen op het terrein van de wiskundige statistiek waren niet geraadpleegd.

Bij de discussies over de griep пандеміe zag ik zelf hoe moeilijk het is om keuzes die de politiek heeft gemaakt achteraf te duiden. In dergelijke discussies zijn er twee uitersten. Enerzijds zijn er de deskundigen met verklaringen die mogelijk niet begrepen worden. Anderzijds is er het gevaar op misstappen wanneer de politiek zelf beslist. Mijn taak als voorzitter van de Gezondheidsraad was om de vertaalslag te maken van de experts naar de politiek.”

Een database van feiten

Taalwetenschappers werken aan computerprogramma's die automatisch feiten uit teksten filteren. Maar om dat goed te doen is nog heel wat wiskunde nodig.

Het eerste probleem voor een computer die teksten verwerkt, is dat één woord allerlei betekenissen kan hebben. Piek Vossen, hoogleraar Computationale Lexicologie aan de Vrije Universiteit, noemt *slag* als zijn favoriete voorbeeld: “Slag heeft achttien verschillende betekenissen. Je kunt je slag slaan, van slag zijn, een raar slag mensen hebben en zo nog vijftien. Als ik ze opnoem, dan ken je ze allemaal.”

In een gemiddelde tekst heeft 60 tot 80% van de woorden verschillende betekenissen. Mensen zien tijdens het lezen vrijwel onmiddellijk de juiste betekenis, maar voor een computer is een tekst een enorme puzzel. Een artikel van duizend woorden waarin 70% van de woorden vijf mogelijke betekenissen heeft, geeft al ettelijke miljarden mogelijke combinaties.

De computer moet op de een of andere manier leren om bij elk woord in een tekst de juiste betekenis te kiezen. Het doel van Vossen is een computerprogramma dat nieuwsberichten leest en daaruit filtert welke feiten en meningen in het bericht staan. Zo wil hij een database van kennis opbouwen.

Lastig is dat twee teksten over hetzelfde onderwerp niet altijd dezelfde woorden gebruiken. Vossen: “Het ene nieuwsbericht heeft het over een aanslag, het andere over een aanval. In het ene staat dat Barack Obama er iets over zegt, in het andere staat dat president Obama dat doet.” De computer moet bepalen in hoeverre gebruikte woorden op elkaar lijken. Hoe dichter de woorden bij elkaar staan in betekenis, hoe waarschijnlijker het is dat de artikelen over hetzelfde onderwerp gaan. Hierbij ontstaan enorme tabellen met informatie die met elkaar vergeleken moet worden.

Mate van gelijkheid

Om gelijkheid van woorden in kaart te brengen, gebruiken onderzoekers een netwerk dat aangeeft welke woorden vaak in dezelfde context voorkomen. Zo krijgen ze een soort stamboom waarin vergelijkbare woorden bij elkaar staan.

Bij het sorteren gebeuren soms onverwachte dingen. In Leuven maakten taalkundigen een netwerk van woorden met maar één betekenis. Ze gebruikten onder andere het woord *monitor* en hoopten dat hun model zou aantonen dat dit leek op het woord *beeldscherm*. Maar er dook een heel cluster van monitoren op in een heel ander deel van het netwerk. Toen bleek dat in Vlaanderen het woord *monitor* ook gebruikt wordt voor vrijwilligers die toezicht houden op spelende kinderen. Zo ontdekte het model automatisch de twee verschillende betekenissen.

Vossen is ervan overtuigd dat je de Wet van Zipf (zie pag. 79 van 'Talen temmen' door woordgebruik te tellen) kunt door-trekken naar betekenis. "Er zitten heel algemene wiskundige patronen achter de dingen die wij bestuderen."

Het is echter lastig om die patronen helder in beeld te krijgen uit een verzameling van losse teksten, omdat het vastleggen van woorden en betekenissen heel lastig blijkt. Neem het Nederlandse corpus SoNaR dat een steekproef van teksten uit allerlei genres bevat. Het bestaat in totaal uit 500 miljoen woorden. Groot, maar niet groot genoeg om de Nederlandse taal te vangen. Vossen: "We hadden een lijst van woorden met betekenissen die iedereen kent, het waren echt geen gekke dingen. Toch stond 28% van die betekenissen helemaal nergens in dat enorme corpus, terwijl we ze wel op internet konden vinden."

Uitzonderlijke formules

Op dit moment zitten de beste formules om de betekenis van een woord te kiezen in ongeveer 66% van de gevallen goed. Vossen ziet hoe in zijn vakgebied allerlei varianten van dezelfde formule rondgaan. "Wij zijn geen wiskundigen en formules vanuit het niets bedenken is lastig. Dus grasduinen we in de literatuur of iemand een soortgelijk probleem heeft opgelost met

een wiskundig model, en dan passen we die oplossing een beetje aan. Maar dat is altijd een beetje riskant. In elke dataverzameling over taal staan zeldzame gevallen, en dan baseren mensen hun formule dus op woorden of betekenissen die maar één keer voorkomen."

Sommige statistici beweren dat hun formule enorm goed werkt, maar dan blijkt dat ze alleen goed scoren op een heel specifieke dataset. Vossen: "Bij een andere verzameling teksten blijft er vaak niet veel van over. Als ze getraind hebben op het NRC dan scoren ze daar 80%, maar bij de Telegraaf zijn ze dan slechts 60% correct. We zien dat het resultaat van al die verschillende formules sterk op elkaar begint te lijken als we ze op een grotere dataset gebruiken. Dus in essentie doen ze gewoon hetzelfde."

Vossen zoekt daarom ook samenwerking met bètawetenschappers die wel goed thuis zijn in formules. "Voor onze database van feiten willen we bijvoorbeeld ook een elegant model om bepaalde informatie in artikelen zwaarder mee te wegen als we twee teksten vergelijken. Daar ga ik binnenkort eens over praten met wiskundigen."

Vaccinaties zijn de beste manier om virusepidemieën te voorkomen. Maar een verkeerde strategie bij het inenten van de bevolking kan desastreuze gevolgen hebben.

Voldoende vaccineren

Medicijnen helpen nauwelijks bij virusinfecties en het verspreiden van een virus is in de moderne wereld lastig tegen te houden. De beste aanpak is dan ook om te voorkomen dat mensen ziek worden: vaccineren. Er is een vuistregel om uit te rekenen welk deel van de bevolking je moet inenten om een epidemie te stuiten.

Hans Heesterbeek, hoogleraar theoretische epidemiologie, laat zijn studenten diergeneeskunde de formule daarvoor zelf afleiden. Belangrijk bij een virus is de verspreidingsgraad R_0 : het aantal nieuwe besmettingen dat één besmet individu veroorzaakt in een populatie waar iedereen vatbaar is. Als deze R_0 kleiner is dan één zal het virus uitsterven. Is R_0 groter dan één, dan zal de ziekte zich verspreiden. Bij mazelen is R_0 bijvoorbeeld 20, bij griep ongeveer 2.

Oneven huisnummers

De formule die Heesterbeek zijn studenten laat afleiden kijkt naar een goed gemengde bevolking waarvan een bepaald percentage ingeënt is. Om de epidemie te stoppen, moet dat percentage minstens $100 - 100/R_0$ zijn (liefhebbers kunnen dit even zelf uitwerken in de kantlijn). Heesterbeek: “Dat betekent dat je bij de mazelen 95% van de bevolking moet inenten voor een goede bescherming tegen het virus. Bij griep is het genoeg om 50% van de mensen te vaccineren. Je kunt alleen de vrouwen nemen, of alleen bewoners van oneven huisnummers, maar er zijn natuurlijk slimmere strategieën.”

De laatste jaren zijn er uitbraken van mazelen geweest in precies de regio's waar het percentage gevaccineerden (ruim) onder de 95% is gezakt doordat ouders hun kinderen niet laten inenten vanwege een levensovertuiging. Maar het zijn niet alleen hun eigen kinderen die de mazelen krijgen. Alle baby's jonger dan veertien maanden zijn nog niet gevaccineerd en lopen in deze regio's een flink verhoogd risico om besmet te raken.

Nog vervelender is dat een te laag vaccinatiepercentage zelfs kan zorgen voor meer problemen dan als er helemaal niet gevaccineerd wordt. Een berucht voorbeeld is rodehond. Als een zwangere vrouw die ziekte krijgt, kan haar ongeboren kind het congenitale rubellasyndroom (CRS) krijgen. Dit syndroom kan leiden tot aangeboren doofheid, blindheid en hartafwijkingen.

Heesterbeek: "De hoofdreden om te vaccineren tegen rodehond is dat je CRS wilt voorkomen. Je zou verwachten dat het aantal gevallen van CRS daalt zodra je gaat inenten, maar je ziet het aantal gevallen juist toenemen als je niet snel genoeg de kritische vaccinatiegrens bereikt."

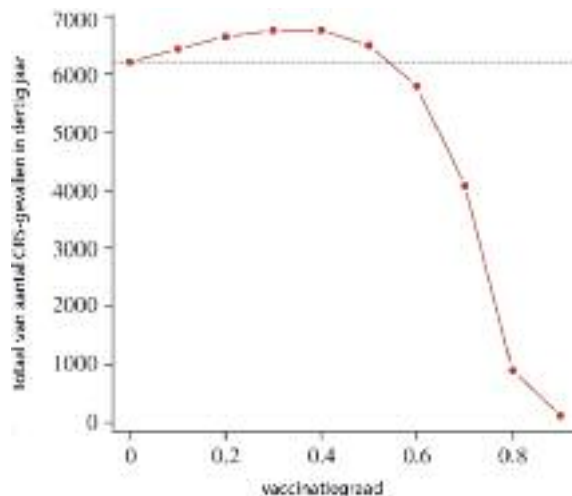
Gegevens uit Griekeland over de verspreiding van rodehond onder meisjes laten zien hoe dit komt. Vroeger zaten de meeste meisjes die het virus opliepen nog op de lagere school. Toen begon het vaccinatieprogramma, maar dat bereikte een te klein deel van de bevolking. Door de vaccinatie steeg de leeftijd waarop meisjes voor het eerst in aanraking kwamen met rodehond. De piek van de leeftijd waarop meisjes besmet werden, verschoof naar de vruchtbare leeftijd en zo steeg het aantal gevallen van CRS. Heesterbeek: "De paradox is dat als je het niet goed doet, je het beter helemaal niet kunt doen. Je moet vrij fors vaccineren en zorgen dat je snel een groot deel van de bevolking bereikt."

Niet universeel

Geavanceerde modellen houden dan ook rekening met de verschillende leeftijdsklassen in de bevolking. Bij een eenvoudig model kun je alleen zeggen dat je tachtig procent van de bevolking vaccineert en ga je uit van inenting direct bij de geboorte. Maar het maakt voor de verspreiding van de epidemie veel uit hoe de bevolking eruitziet en op welke leeftijd je vaccineert. In

werkelijkheid zijn er verschillende strategieën voor herhaling van inenting op diverse leeftijden.

Een strategie die in één land goed werkt, kan in een ander land juist rampzalig werken. In de jaren tachtig was het in het Verenigd Koninkrijk gelukt om CRS bijna helemaal uit te roeien en het plan was om hun aanpak te transporteren naar Afrikaanse landen. Maar daar was de leeftijdsverdeling van de bevolking heel anders, en bovendien de kans op rodehond daar veel hoger, waardoor meisjes bijna allemaal op zeer jonge leeftijd al de milde ziekte kregen en immuun werden. Toen het model werd doorgerekend bleek al snel dat de strategie die in het Verenigd Koninkrijk zo succesvol was in Afrika desastreus zou zijn, met een mogelijke vertienvoudiging van CRS-gevallen. Het is dan beter niet tegen rodehond te vaccineren omdat je geen hoge dekkingsgraad kunt garanderen. Nog steeds hebben grote delen van Afrika en Azië daarom geen vaccinatie tegen rodehond.



Wat is de meest effectieve manier om de hiv-epidemie te stoppen?

Een combinatie van wiskundige modellen kan voor het eerst uitrekenen wat de effecten zijn van gedragsveranderingen en medicijnverbeteringen op de verspreiding van het hiv-virus.

Volgens de wereldgezondheidsorganisatie WHO zijn wereldwijd ruim 35 miljoen mensen geïnfecteerd met het hiv-virus. In Europa gaat het om 1,5 miljoen besmettingen, waarvan 25.000 in Nederland. Eén procent daarvan krijgt de ziekte aids, die het immuunsysteem ernstig aantast. Maar waar aids-patiënten in de jaren tachtig vrijwel allemaal overleden, heeft de geneeskunde het in een paar decennia voor elkaar gekregen dat aids is veranderd van een dodelijke in een chronische ziekte. Een ziekte is het echter nog steeds.

Wat is nu de meest effectieve manier om een hiv-epidemie te bestrijden? Het kan via betere medicijnen, die de aanmaak van het virus terugdringen, of via gedragsverandering, zoals het promoten van condoomgebruik. Een combinatie van beide werkt natuurlijk het beste. Maar hoe kun je achterhalen hoe effectief gedragsveranderingen en medicijnverbeteringen zijn? De enige manier is het gebruik van wiskundige modellen. Immers: met mensen ga je niet experimenteren als het gaat om een gevaarlijk virus.

Van molecuul tot gedrag

“De grote uitdaging is om modellen voor de werking van medicijnen te combineren met modellen voor seksueel gedrag”, zegt Peter Sloot, hoogleraar computational science aan de Universiteit van Amsterdam (UvA). “Medicijnmodellen beschrijven wat er gebeurt op moleculaire schaal in minuscule fracties van een seconde. Gedragsmodellen beschrijven wat er gebeurt op wereldwijde schaal in een tijdspanne van maanden tot jaren: wie heeft seks met wie en hoe snel kan het virus zich zo verspreiden?”

Dit zijn twee uitersten in ruimte en tijd. Maar na zo'n vijftien jaar werk is het nu voor het eerst mogelijk om medicijn- en gedragsmodellen aan elkaar te koppelen en daarmee te onderzoeken hoe hiv het beste bestreden kan worden. Medicijnen zijn erop gericht om te zorgen dat hiv zich in het lichaam niet of niet zo gemakkelijk kan kopiëren. Met deze biologische kennis kunnen Sloot en zijn collega's wiskundige modellen bouwen die uitrekenen wat de kans is dat een medicijn in een besmet persoon bijvoorbeeld tien procent minder hiv-virus aanmaakt.

Hiv-geïnfecteerden vallen uiteen in drie aparte groepen: homoseksuelen, heteroseksuelen en drugsgebruikers. Omdat uit wereldwijde data goed bekend is hoe de seksuele netwerken van deze drie groepen in elkaar zitten, kunnen de wetenschappers uitrekenen wat het gevolg is van een beter medicijn bij die ene patiënt voor de rest van het seksuele netwerk.

“We zien dan precies hoe betere medicijnen de hiv-epidemie dempen”, zegt Sloot. “Maar een ongewenst neveneffect van betere medicijnen is dat in de praktijk van de afgelopen jaren het risicovolle seksuele gedrag blijkt te zijn toegenomen. Mensen vergeten eerder dat ze ziek zijn en gaan weer vaker onveilig vrijen. Uit de combinatie van modellen hebben we ook geconcludeerd dat gedragsverandering effectiever is om een hiv-epidemie te bestrijden dan betere medicijnen. Maar het lastige is dan weer dat gedragsverandering ook moeilijker voor elkaar te krijgen is.”

Individueel medicijnadvies

Twaalf ziekenhuizen in Europa testen de hiv-verspreidingsmodellen van Sloot en zijn collega's in de praktijk. Dat doen ze vooral om aan individuele hiv-besmette personen het beste medicijnadvies te geven. Omdat het hiv-virus bij de ene patiënt net iets andere genetische mutaties kan hebben dan bij de andere, kan deze net iets andere medicijnen nodig hebben dan de ander.

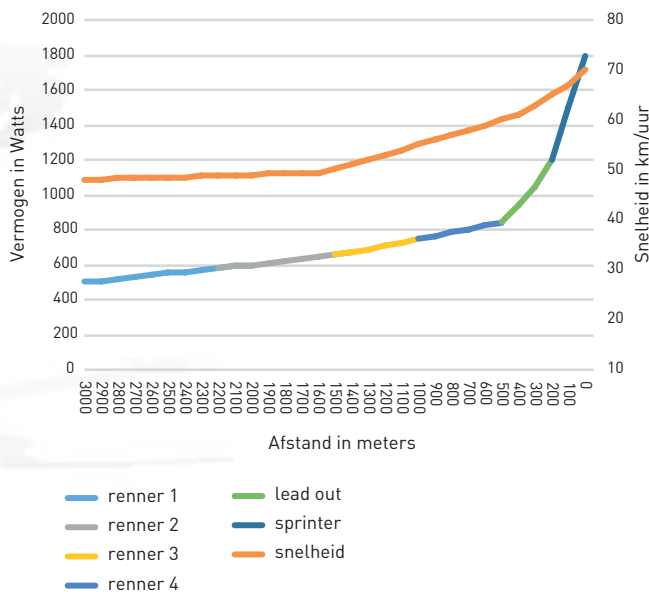
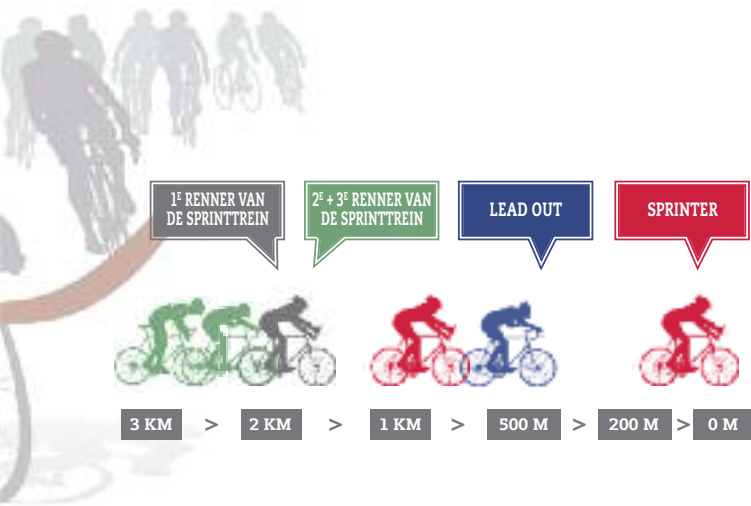
Op gedragsniveau heeft Sloot het model bijvoorbeeld gebruikt om in 2009 een voorspelling te doen over de hiv-verspreiding onder homoseksuele mannen in Amsterdam. “Iedereen dacht toen dat hiv in Amsterdam op zijn retour was. Maar ons model liet zien dat de verspreiding nog een paar jaar zou toenemen. En in 2012 bleek dat ook uit de cijfers. Dit wetende, kan de gemeente extra aandacht besteden aan gedragsverandering.”

Wiskundige hiv-verspreidingsmodellen zijn het beste gereedschap om toekomstige scenario's door te rekenen”, besluit Sloot. “Het unieke van onze modellen is dat ze op alle gebieden multi zijn: multi-scale, maar ook multidisciplinair. Natuurkunde, biologie, psychologie, sociologie, wiskunde en informatica komen er allemaal in samen.”



Wat is het geheim achter een succesvolle eindsprint in het wielrennen? Niet alleen een topsprinter, maar ook een rekensom die de optimale sprintrein bepaalt.

Met zeventig kilometer per uur op de meet af



Grafiek van vermogen (onderste lijn) en snelheid (bovenste lijn) als functie van de afstand tot de finish (voor vijf renners uit de sprintersploeg.)

Twee van de beste sprinters van het huidige wielervedstrijden voor de Nederlandse ploeg Giant-Shimano: de Duitsers Marcel Kittel en John Degenkolb. Kittel blinkt uit bij vlakke aankomsten in vlakke ritten. Degenkolb moet het hebben van sprints in zwaardere wedstrijden waarin meer geklommen wordt. Zowel in de Tour de France van 2013 als in die van 2014 won Kittel maar liefst vier etappes, inclusief tweemaal de prestigieuze slotetappe in Parijs. Degenkolb won in 2013 onder andere de klassieker Parijs-Tours en een etappe in de Ronde van Italië en in 2014 de klassieker Gent-Wevelgem. Bewegingswetenschapper Teun van Erp is in dienst van Giant-Shimano en analyseert onder meer de sprints van Kittel en Degenkolb.

Van Erp ontvangt alle meetgegevens van zijn renners, zowel van de trainingen als van de wedstrijden: “Deze zogenaamde SRM-data vertellen precies welk vermogen een renner op welk moment levert. Daaraan kan ik onder andere zien hoe lang een renner een bepaald vermogen kan volhouden en hoe goed hij in vorm is. Ik analyseer de data met speciale software en daarbij gebruik ik allerlei wiskundige trucjes.”

Deze data gebruikt hij ook om de optimale sprinttrein te bepalen. Van Erp: “De optimale sprinttrein wordt in theorie bepaald door hoe lang een renner in volle finale een bepaald vermogen kan volhouden. Bij een typische vlakke aankomst komt de eerste man van onze sprinttrein een kilometer of drie voor de finish op kop. Hij voert de snelheid van het peloton gedurende anderhalve kilometer langzaam op, zodat niemand kan ontsnappen. Hij is erop geselecteerd om één tot anderhalve minuut tegen de vijftig kilometer per uur te kunnen fietsen. Daarna komen achter elkaar de nummers twee en drie van de sprinttrein op kop, allebei zo’n vijfhonderd meter. Zij voeren de snelheid nog verder op, tot wel vijfenvijftig kilometer per uur. Zo’n vijfhonderd meter voor de finish komt de ‘lead-out’ op kop, met in zijn wiel de sprinter. De lead-out kan zelf ook goed sprinten en lanceert onze topsprinter. Die sprint met een snelheid van ruim zeventig per uur en met een topvermogen van een kleine tweeduizend watt op de finish af.”

“Zonder aandacht voor de menselijke relaties kom je nergens”

A portrait of Peter Blangé, a middle-aged man with short brown hair and a light beard, wearing a dark suit jacket over a light blue shirt. He is looking directly at the camera with a slight smile. The background is a solid dark blue.

Peter Blangé (1964) is commercieel directeur van ORTEC Sport en oud-volleybalspeler. ORTEC Sport is marktleider in data-analyse voor de meeste balsporten. Bij het bedrijf werkt een team van honderd mensen: negentig analisten en tien specialisten zoals wiskundigen en econometristen. In 1996 werd Blangé met het Nederlands volleybalteam olympisch kampioen in Atlanta (VS) door in een bloedstollende finale grote concurrent Italië te verslaan. Blangé (twee meter en vijf centimeter lang) was de spelverdeler in dat gouden Nederlandse team.

Matchpunt

“Italië stond in de vijfde en laatste set op matchpunt en ging serveren. Ik moest beslissen naar wie ik de bal zou spelen. Naar Ron Zwerver of naar middenman Bas van de Goor? Ik wist dat Bas van de Goor volgens de statistieken tien procent efficiënter dan de rest was. Een middenspeler is moeilijker aan te spelen, maar als je hem kunt aanspelen, scoort hij vrijwel altijd. Ik koos voor de moeilijkere optie, speelde de bal naar Bas en hij scoorde. Die bal was beslissend voor het winnen van de finale.

Volleybal leent zich goed voor data-analyse. Er is een beperkt aantal veel-voorkomende handelingen: serveren, blokkeren, slaan enzovoort. Als je bijhoudt wie wanneer wat doet, dan kun je op zoek gaan naar patronen. Daaruit komt naar voren welke spelers in een bepaalde wedstrijd het meeste rendement leveren.

Aan de ene kant heb je de intuïties van de trainer en de spelers. Aan de andere kant heb je de data-analyses. Deze onderbouwen het gevoel en toetsen de intuïtie aan de praktijk. Niet alleen weet je daarmee de scoringspercentages en andere indicatoren per speler, maar je weet ook op welke momenten in een periode of in een wedstrijd een speler beter of minder presteert. De data-analyses van ORTEC zijn beslissingsondersteunend. Dat is iets anders dan ‘als je dit doet, ga je winnen’. Wij scherpen de intuïtie aan. De trainer blijft aan de knoppen zitten.”

Menselijke relaties

“In mijn werk bij ORTEC zit ik in het krachtenveld tussen sporters aan de ene kant en analisten aan de andere kant. De sporters menen het zelf het beste te weten. De analisten zijn zelf geen sporters. Ik kan een bemiddelende rol spelen omdat ik de taal van de sport spreek. Aan de hand van een aantal meetbare sleutel-indicatoren, zoals het aantal doelpogingen of de sterkte van de verdediging, kan ik een gesprek aangaan. Maar er moet vooral een klik tussen mensen uit twee verschillende werelden ontstaan. Want al die data, wiskunde en software alleen zijn koud en plat. Zonder aandacht voor de menselijke relaties kom je nergens.

Ik kan me dit krachtenveld tussen sport en data goed voorstellen, omdat ik het zelf heb meegemaakt. Mijn ogen gingen open toen ik mezelf in kaart gebracht zag: alle acties, het aantal fouten, de scores, enzovoort. Door al die data zijn we ook ons eigen spel gaan veranderen. Dat is geen simpel verband in de zin van ‘hier zijn de data en de conclusie is duidelijk’. Natuurlijk komen er ook toevalligheden om de hoek kijken. Zo kon ik gebruik maken van mijn lengte. Ik kon als spelverdeler de bal hoger pakken, dus hoefde de bal minder te stijgen. Dit leverde tijdswinst op: de tegenstander had minder tijd om te anticiperen op mijn bal.”

Eén procent

“In de topsport levert de wiskunde misschien een voordeel van één procent op. Bekijk het als volgt: op tafel ligt een grote puzzel met honderd stukjes. De meeste stukjes staan voor dagelijkse training, voeding, talent, noem maar op. Maar er ontbreekt één stukje. Dat leveren wij via data-analyse. Nu moet je die metafoor niet te letterlijk nemen. Voor hetzelfde geld zeg je dat de puzzel compleet is, maar dat aan vele stukjes een hoekje ontbreekt: bijvoorbeeld de voeding of de training. De wiskunde helpt sommige, misschien wel alle hoekjes weg te werken. Wiskunde is niet iets dat apart van de rest staat. Het zit in alles. In de topsport gaat het om kleine optimaliseringsvoordeeltjes. Die maken het verschil tussen winnen en verliezen.”



De gulden matrix

Op de Olympische Spelen van 2014 wonnen de Nederlandse schaatsers een recordaantal medailles. Wiskunde hielp bij het maken van de selectie.

Bij de Olympische Winterspelen in Sotsji eindigt Nederland in het medailleklassement op een prachtige vijfde plek. Van de 24 gewonnen medailles komen er 23 uit het langebaanschaatsen. Gerard Sierksma, hoogleraar sportstatistiek aan de Rijksuniversiteit Groningen, assisteerde de Koninklijke Nederlandsche Schaatsenrijders Bond (KNSB) bij het samenstellen van de selectie.

Dit artikel gaat over de selectie bij de heren, bij de dames was de procedure vergelijkbaar. Nederland had bij de Olympische Spelen recht op achttien startbewijzen op vijf verschillende afstanden en mocht daarvoor maximaal tien schaatsers afvaardigen. Tijdens het Olympisch kwalificatietoernooi in december 2013 konden individuele schaatsers een startbewijs verdienen. Je kunt de selectie niet maken door domweg de beste twee schaatsers op elke afstand mee te nemen. Eén schaatser kan namelijk op verschillende afstanden winnen en dan zou je lege plekken overhouden.

Bovendien zijn de afstanden niet zomaar met elkaar te vergelijken. Gerard Sierksma: “Het doel is zo hoog mogelijk in het medailleklassement te eindigen. Maar de 500 meter is een com-

pleet andere discipline dan de 10.000 meter. Het is appels met peren vergelijken.” Om toch een eerlijke vergelijking te maken, sloeg Sierksma al voor het kwalificatietoernooi aan het rekenen, samen met Arie Koops (technisch directeur bij de KNSB) en Bertus Talsma (ORTEC).

De prestatiematrix

Volgens de NOS was het kernwoord tijdens het kwalificatietoernooi “de prestatiematrix”. De verslaggever leek er weinig van te snappen en liet snel wat beelden uit *The Matrix* zien. De geheimzinnige prestatiematrix was eigenlijk gewoon een tabel die voor elke schaatser bij elke afstand aangeeft wat zijn kans op een gouden, zilveren of bronzen medaille is. Die kansen zijn met statistische simulaties geschat uit gegevens van recente wedstrijden. Uit die tabel berekende de computer de medaillekansen per afstand. De 10.000 meter eindigde bovenaan, doordat de kans op goud voor Nederland daar vrijwel honderd procent was met rijders als Sven Kramer en Jorrit Bergsma.

Zo maakte Sierksma een ranglijst van de startbewijzen die Nederland voor de Olympische Spelen had: de selectievolgorde. (zie ook de tabel hieronder). “Dit is het resultaat van de statistische vergelijking van appels met peren. Je ziet zelfs dat de tweede plek op de 10.000 meter hoger staat dan de eerste plek op de 1.000 meter, omdat onze medaille-kansen zoveel beter waren op de 10.000 meter.” Hij voegt er lachend aan toe: “De media gooiden de termen selectievolgorde en prestatiematrix nogal door elkaar.”

Tijdens het kwalificatietoernooi draaide alles dus om deze selectievolgorde. Na elke wedstrijd werden de winnaars op de lijst ingevuld. Sommige namen stonden meermaals op de lijst: Sven Kramer won bijvoorbeeld zowel de 10.000 als 5.000 meter. De lijst werd vanaf bovenaan ingevuld tot er tien verschillende namen waren. Daarna werden de overgebleven plaatsen verdeeld over de tien geselecteerde schaatsers, op basis van hun prestaties op het kwalificatietoernooi. Koen Verweij eindigde als nummer veertien in de selectievolgorde, maar mocht als tiende schaatser nog net mee in de selectie.

Dat kwam mooi uit, want het was de bedoeling dat Verweij de ploegenachtervolgving zou rijden. Sierksma: “Ook daar moest de KNSB rekening mee houden. Met Blokhuijsen, Kramer en Verweij hadden we een grote kans op goud bij de ploegenachtervolgving. Daarom hadden ze voor de zekerheid in de regels opgenomen dat ze voor de samenstelling van de ploeg eventueel op twee plaatsen mochten afwijken van de selectievolgorde. Ook was er nog een aanwijzplek voor calamiteiten zoals valpartijen. Gelukkig was die dit jaar niet nodig.”

Resultaten

Gerard Sierksma durft niet te zeggen dat we het recordaantal medailles te danken hebben aan zijn prestatiematrix: “Je kunt niet weten hoe het was gelopen als de selectie op een andere manier was gemaakt. Wel merk ik dat de KNSB heel blij is met ons objectieve en transparante selectie criterium. Er zijn in Nederland veel ploegen en schaatsers met allemaal eigen belangen, zonder zo’n systeem zou de procedure wellicht uitlopen op een Poolse landdag.”

Ook concludeert Sierksma dat zijn methode bestand is tegen kleine veranderingen. Vóór het kwalificatietoernooi stuurde Arie Koops de berekende selectievolgorde nog naar alle ploegen om te vragen of ze zich konden vinden in de lijst. Op hun suggesties werden een paar kleine omwisselingen in de lijst gemaakt. Na afloop van het kwalificatietoernooi kon Sierksma het niet laten om toch even uit te rekenen wat het resultaat was geweest bij zijn oorspronkelijke selectievolgorde: “Die bleek precies dezelfde selectie op te leveren. Dat geeft je toch een goed gevoel als wiskundige: ons model is blijkbaar robuust.”

Volgorde	Afstand	Nummer	Schaatser
1	10.000	1	Sven Kramer
2	5.000	1	Sven Kramer
3	10.000	2	Jorrit Bergsma
4	5.000	2	Jorrit Bergsma
5	500	1	Michel Mulder
6	1.500	1	Mark Tuitert
7	1.000	1	Stefan Groothuis
8	10.000	3	Bob de Jong
9	1.000	2	Michel Mulder
10	500	2	Ronald Mulder
11	5.000	3	Jan Blokhuijsen
12	500	3	Jan Smeekens
13	1.000	3	Mark Tuitert
14	1.500	2	Koen Verweij
15	500	4	Stefan Groothuis
16	1.000	4	Koen Verweij
17	1.500	3	Stefan Groothuis
18	1.500	4	Sven Kramer

Figuur: De selectievolgorde: namen van geselecteerde schaatsers zijn vetgedrukt de eerste keer dat ze in de lijst voorkomen. Vanaf plaats 15 zijn alleen de resultaten van de reeds geselecteerde schaatsers meegeteld.

Elk liedje heeft een unieke digitale vingerafdruk. Shazam kent de formule voor die vingerafdruk en herkent er liedjes mee.



Hoe herkent Shazam zo snel een liedje?

Ik hoor een mooi liedje uit de speakers galmen en richt er de microfoon van mijn mobieltje op. Ik druk op 'Shazam', zie de app het geluid opnemen en zelfs reageren op de verschillende toonhoogten, en na een paar seconden verschijnt er in beeld: "The Heart Of Saturday Night – Tom Waits". Zelfs de albumhoes waarop het liedje staat verschijnt in beeld. Het is telkens weer een magisch moment wanneer Shazam je vertelt wie het liedje zingt en wat de titel is.

Shazam is een van oorsprong Amerikaans bedrijf, opgericht in 1999. Sinds 2008 biedt het bedrijf haar muziekherkenner gratis aan als mobiele telefoon-app. Shazam heeft inmiddels een databestand van meer dan elf miljoen liedjes waarvan de digitale vingerafdruk is bepaald. Alleen liedjes uit dit voortdurend groeiende bestand kan Shazam herkennen. Dagelijks wordt Shazam wereldwijd maar liefst vijftien miljoen keer geraadpleegd. Zelfs de achtergrondruis in een café of een beetje geluidsvervorming brengt de muziekherkenner niet in de war. Wat is het geheim?

Digitale vingerafdruk

Het geheim van Shazam is het algoritme waarmee het bedrijf een digitale vingerafdruk van een liedje of een muziekstuk maakt. Die digitale vingerafdruk is een uniek geluidspatroon van een liedje, net zoals een vingerafdruk een uniek lijnenpatroon is op de vingers van ieder mens.

Van elke geluidsopname kun je een spectrogram maken: een driedimensionale grafiek met op de x-as de tijd, op de y-as de frequentie van het geluid, en op de z-as de sterkte van het geluid. Elke punt in de grafiek vertelt dus wat op welk moment de frequentie en de amplitude van het geluid zijn. Hoewel dit spectrogram alle eigenschappen van het geluid in zich draagt, bevat het zoveel informatie dat het onhandig is om het helemaal digitaal op te slaan om er later in te zoeken.

Shazam concentreert zich daarom op de intense fragmenten uit een liedje, zeg maar de pieken in het spectrogram. Het algoritme bepaalt het tijdstip van die pieken en de frequenties die daarbij horen. Dat levert een tweedimensionale grafiek van punten die er in het spectrogram uitspringen, alsof je alleen maar die pieken van een berglandschap op een kaart aangeeft. Deze informatie is meestal onvoldoende om een liedje te identificeren. Daarom halen de ontwerpers van Shazam een slimme truc uit. Ze berekenen hoe elke piek zich verhoudt tot andere pieken die in de buurt liggen. Dat wordt bepaald door de tijd die tussen de pieken ligt en door hun onderlinge frequentieverschillen.

De informatie over individuele pieken en hun verhoudingen tot in de buurt liggende pieken bepaalt de digitale vingerafdruk, en die blijkt in de praktijk (vrijwel) uniek te zijn. Shazam vergelijkt de digitale vingerafdruk van een liedje dat jij als gebruiker opneemt met alle aanwezige vingerafdrukken in hun databestand. Als er een match is, dan verschijnen titel en artiest in beeld.

Hitvoorspeller

Hoewel Shazam goed werkt voor popmuziek, heeft de muziekherkenner problemen met klassieke muziek. Shazam op mijn smartphone herkent een stukje uit de eerste symfonie van Mahler, maar wanneer ik hem een stukje van de eerste symfonie van Sibelius laat horen – ook nog een krachtig, karakteristiek stuk – heeft hij geen idee. Dat is niet zo gek, want veel klassieke muziekstukken duren niet een paar minuten, zoals bij popmu-

ziek, maar soms wel een uur. Als je maar tien seconden hoort uit een muziekstuk van een uur, is het veel moeilijker te bepalen uit welk stuk het komt. Bovendien maakt het veel uit hoe een stuk wordt uitgevoerd. Dat kan flink verschillen per orkest en dirigent.

Een van Shazams nieuwste toepassingen is het voorspellen van hits. Daarvoor combineert het bedrijf online-liedjesrecensies met de mate waarin Shazam voor een bepaald liedje wordt gebruikt: als luisteraars een stukje van een liedje uploaden naar Shazam om te weten wie het zingt, dan doen ze dat meestal omdat ze het een goed liedje vinden. En als het aantal mensen dat hetzelfde liedje wil herkennen binnen een paar dagen sterk stijgt, dan zou het liedje wel eens een hit kunnen worden.

THE WINNER IS

Bij het Eurovisiesongfestival laait de discussie over vriendjespolitiek elk jaar weer op. Een analyse laat zien hoe eerlijk het toekennen van de punten nu eigenlijk verloopt.

Hoe eerlijk is het Songfestival?

Tientallen landen vaardigen jaarlijks een liedje af naar het Eurovisiesongfestival. De landen geven elkaars inzendingen punten en aan het eind van de avond is er één winnaar. Over die punten is er na afloop vaak gemopper, zeker als Nederland alweer niet heeft gewonnen. Het is allemaal niet eerlijk: de Oostblok-landen stemmen alleen maar op elkaar, net als die Scandinaviërs. Het is één en al vriendjespolitiek.

Berucht zijn ook Griekenland en Cyprus die elkaar altijd volop punten geven. In 2003 eindigde Griekenland bijvoorbeeld op plaats zeventien van de zesentwintig met *Never let you go* (wie

kent het nog?). De ballade kreeg in totaal vijftientig punten, maar Cyprus gaf, als elk jaar, het maximale aantal van twaalf punten aan zijn buurland. Dat moet toch doorgestoken kaart zijn?

Wat is eerlijk?

Wiskundige Michel Vellekoop en econometrist Laura Spierdijk ontdekten bij de koffieautomaat van de Universiteit Twente dat ze allebei het songfestival fanatiek volgden. Ze raakten aan

de praat over de zogenaamd oneerlijke puntenverdeling. Ze vroegen zich af of de klachten hierover wel klopten. Ze besloten om op een nette, wetenschappelijke manier uit te zoeken of het punten geven eerlijk verliep.

Eén probleem daarbij was dat de kwaliteit van een ingezonden liedje niet bekend is. Vellekoop en Spierdijk losten dat op door het gemiddelde aantal punten van een nummer als maatstaf voor kwaliteit te nemen. Vervolgens keken ze hoe losse landen van dat gemiddelde afwijken: oftewel hoe sterk hun voorkeuren zijn. Vellekoop: “Nederland geeft gemiddeld 2,5 punten te veel aan België en 1,6 te weinig aan Malta. Het is natuurlijk leuk om te zien wie elkaar veel punten geeft, maar om iets te zeggen over de onderliggende structuur moet je meer doen en een model formuleren.”

Veel bestaande artikelen kijken alleen naar de samengevoegde data. Maar als je naar de statistieken van alle landen bij elkaar kijkt, zie je soms dingen die ook verklaard kunnen worden door andere variabelen. Het kan bijvoorbeeld best zo zijn dat twee buurlanden elkaar veel punten geven doordat ze dezelfde muzieksmaak hebben. Vellekoop en Spierdijk besloten daarom om de verschillende landen los van elkaar te bekijken en te bepalen welke variabelen hun voorkeuren het beste verklaarden. “Wat we mee moesten noemen volgde vrij direct uit de folklore. Geven buurlanden elkaar meer punten? Speelt religie een rol? Hoe belangrijk is de taal?”

Het precies definiëren van die variabelen bleek veel werk. Hoe meet je hoe dicht twee landen bij elkaar liggen? En tellen landen waar een zee tussen zit als burens? Als Groot-Brittannië een buurland is van Nederland, dan is het eigenlijk ook een buurland van Italië. De zeeburens sneuvelden uiteindelijk in het model en voor afstand tussen landen werd de afstand tussen hun hoofdsteden genomen. Grappig was ook dat er voor andere zaken juist al heel veel definities bestonden. Zo bleken er meetsystemen te bestaan die aangeven hoeveel twee talen op elkaar lijken.

Krachtige theorie

Vellekoop was verbaasd toen hij ontdekte hoe ze al die gegevens konden combineren: “Ik had steeds het gevoel dat je goed moest opletten met afhankelijkheden en dat het een probleem was dat we allerlei varianties en schalen door elkaar heen gebruikten. Maar toen bleek er een stelling te bestaan die zegt dat je door het stellen van een paar heel zwakke eisen toch convergentie naar de goede parameter krijgt, en zo vrij consistent een schatting kunt maken van al die varianties. Binnen de econometrie is dit allemaal zeer bekend, maar als wiskundige is het heel leuk om te zien hoe krachtig de theorie in een ander vak blijkt te werken.”

Uit hun model was te zien welke variabelen per land een grote invloed hebben. Nederland geeft bijvoorbeeld veel punten aan een solozangeres die in het Frans zingt. Vellekoop noemt de voorkeur voor een taal niet oneerlijk: “Je kunt er niets aan doen als je Frans nu eenmaal mooier vindt.” Die taalvoorkeur bleek trouwens het allersterkste bij Griekenland en Cyprus. Zij straffen landen die in een taal zingen die ver van de eigen taal af staat relatief hard af. Dat deze landen elkaar zoveel punten geven, komt dus niet alleen doordat ze burens zijn. Taal is een sterkere verklarende variabele.

In het algemeen lijken burens elkaar iets meer punten te geven, maar de variabele ‘buurland’ sprong er bij de meeste landen niet enorm uit. Bij de Scandinavische landen lijken de onderlinge punten beter te verklaren door vergelijkbare muzieksmaak dan door vriendsjespolitiek. Grote uitzondering zijn Estland, Letland en Litouwen. Vellekoop: “Die houden wel erg veel van hun burens: die krijgen gemiddeld bijna vier punten te veel. Onze algemene conclusie was dat de Baltische staten wel iets uit te leggen hebben over hun stemgedrag.”

Origami- wiskunde in Museum of Modern Art

De wiskunde achter het vouwen van origamipatronen inspireert niet alleen tot prachtige beeldende kunst, maar leidt ook tot een beter begrip van de vouwing van eiwitten, de werkpaarden in het menselijk lichaam.



Origami is eeuwenoude Japanse kunstvorm die is gebaseerd op het vouwen van papier. Origamiwiskunde bestaat pas een kleine veertig jaar. Origamiwiskunde beschrijft de origamispelregels op een formele manier, en ontdekt wat er wel en niet mogelijk is. Met origamiwiskunde proberen wiskundigen te begrijpen hoe je van een vlak stuk papier een willekeurig driedimensionaal object kunt vouwen: een kikker, een kraanvogel, een mens of een abstracte, geometrische figuur. Het kan alles zijn.

De ultieme uitdaging is om een rekenmethode te vinden die je vertelt hoe je op de beste manier een willekeurige driedimensionale structuur kunt vouwen. En 'beste' betekent zoiets als met zo min mogelijke vouwen en een zo klein mogelijk stuk papier.

Origami-loopings

De Amerikaanse wiskundige Erik Demaine (1981) gebruikt de wiskunde om prachtige nieuwe vormen te vouwen van papier. Samen met zijn vader Martin, die kunstenaar is, heeft hij drie origamivormen ontworpen en gevouwen – getiteld 'Computational Origami' – die je kunt bewonderen in de permanente collectie van het Museum of Modern Art in New York. Elke vorm verbindt meerdere cirkelvormige stukjes papier met elkaar tot een intrigerende *looping*. Volg de *looping* denkbeeldig met je wijsvinger, en je merkt dat de totale draaihoek veel groter is dan 360° , meestal iets tussen 720° en 1080° .

Deze vorm van origami verschilt van de traditionele origami doordat de vormen in feite bestaan uit oneindig veel oneindig kleine vouwinkjes. Alleen zo ontstaat er een oppervlak dat overall gekromd is. Erik Demaine: "De onderliggende wiskundige vraag is hoe de wiskunde een rekenrecept kan geven dat vertelt welke gekromde vormen in theorie gevouwen kunnen worden."

Origamiwiskunde helpt niet alleen kunstenaars. Het wordt toegepast op alle terreinen die met vouwen te maken hebben: bijvoorbeeld bij het vouwen van robotarmen in de robotica, maar ook in de architectuur, de beeldende kunst en bij computergraphics. Zo werkt origamikunstenaar Robert Lang aan



'Computational Origami' van Erik en Martin Demaine. Deze drie origamifiguren maken deel uit van de permanente collectie van het Museum of Modern Art in New York. Bron: Erik en Martin Demaine.

een opvouwbare telescoop voor gebruik in de ruimte. Daar moet je de lens kunnen uitvouwen tot een vlak van honderd meter in diameter, maar opgevouwen in een ruimteschip wil je een pakje van niet meer dan tien meter breed overhouden. Hoe doe je dat op de handigste manier?

Gevouwen eiwitten in je lichaam

Een ander belangrijk praktisch probleem waaraan Demaine met origamiwiskunde werkt, is het probleem van eiwitvouwing. Eiwitten zijn de werkpaarden van het lichaam. Het zijn complexe, driedimensionale moleculen die op een bepaalde manier in elkaar gevouwen zijn. Die vouwing bepaalt voor een groot gedeelte hun functie. Bij allerlei ziekten gaat er iets mis met de eiwitvouwing, en geneesmiddelen kunnen dat met speciaal ontworpen eiwitten repareren.

Als origamiwiskundige stelt Demaine de vraag op welke mogelijke manieren je de ene eiwitvorm tot de andere kunt vouwen: "Wiskundig gezien is dat een soort eendimensionale origami, omdat je een lang molecuul als een lijn kunt beschouwen. De vraag is of we een rekenmethode kunnen vinden voor de handigste manier van eiwitvouwing. We hopen dat als we die wiskundige rekenmethode hebben gevonden, we automatisch ook inzicht krijgen in de natuur- en scheikundige principes die bepalen hoe een eiwit zich vouwt."

Vader en zoon Demaine experimenteren veel met papier bij het oplossen van een wiskundig origamiprobleem. Zoon Erik: "Het met je handen vouwen van een origamivoorwerp vormt je intuïtie voor wat wel en niet mogelijk is. Het is alsof je door het vouwen in je hoofd een grote experimentele database opbouwt. Die database gebruik je bij het oplossen van de wiskundige puzzel. Trouwens, alle bekende origamiontwerpers gebruiken enige vorm van origamiwiskunde. Alleen laten zij geen computer rekenen, maar doen ze de berekening onbewust in hun hoofd, op een intuïtieve manier."

De tand des tijds

De schilderijen van Vincent van Gogh zijn in de loop der jaren langzaam verkleurd. Digitale reconstructies laten zien hoe ze er waarschijnlijk oorspronkelijk uitzagen én hoe ze de komende jaren zullen vervagen.

In 1888 beschreef Vincent van Gogh in een brief het schilderij waaraan hij werkte: “Deze keer is het gewoon mijn slaapkamer. Maar de kleur moet het hier doen. [...] Enfin, het zien van dit schilderij moet rust geven aan het hoofd, of liever gezegd, aan de verbeelding. De muren zijn bleek violet. Op de vloer liggen rode plavuizen. Het hout van het bed en van de stoelen is geel als verse boter.”¹

Wie nu het schilderij *De slaapkamer* in het Amsterdamse Van Gogh Museum bekijkt, ziet echter blauwe muren in plaats van violet. Ella Hendriks, senior restaurator bij dat museum en Associate Professor of Conservation & Restoration aan de Universiteit van Amsterdam, legt uit dat sommige pigmenten verdwenen zijn. “De verf die Van Gogh kocht, was niet altijd van goede kwaliteit. Hij gebruikte bijvoorbeeld geranium lake, een erg vergankelijke synthetische rode kleurstof.”

Informatie verzamelen

Hendriks was verantwoordelijk voor de restauratie van *De slaapkamer* en zette een arsenaal aan technieken in om te achterhalen wat de oorspronkelijke kleuren waren. “We hadden natuurlijk Van Goghs brieven, en ook oude reproducties geven informatie. We wisten daarnaast dat het plakband onder de lijst bij een eerdere restauratie in 1931 was aangebracht. De kleuren daaronder waren dus zoals het schilderij er in die tijd uitzag.”

Het onderzoek naar de kleuren uit het verleden was zeer multidisciplinair. Met microscopen werd er in de diepte van de verflaag gespeurd naar pigmentkorreltjes. Scans lieten zien welke elementen in de verflagen zaten. Hendriks: “Die geranium lake verf bevatte het element broom, dus waar we die deeltjes vonden, heeft vroeger die rode kleur gegeten.” In het laboratorium

1. Brief 705 aan zijn broer Theo (Artes, 16 Oktober 1888)

Vincent van Gogh: The Letters, ed. Leo Jansen, Hans Luijten and Nienke Bakker. Voor website editie zie: www.vangoghletters.org.



VERLEDEN

In het midden *De slaapkamer* zoals hij er nu uitziet. Links de reconstructie van hoe het doek er oorspronkelijk uitzag. Rechts de prognose hoe het doek er in de toekomst uit kan zien na blootstelling aan een bepaalde hoeveelheid licht. De reconstructies zijn gemaakt door het Van Gogh Museum (Vincent van Gogh Foundation), Amsterdam, in samenwerking met RCE (Rijksdienst voor het Cultureel Erfgoed), Amsterdam, and Professor R.S. Berns, Munsell Color Science Laboratory, Rochester, NY.



NU

werd de samenstelling van de negentiende-eeuwse verf zo goed mogelijk nagebootst en kunstmatig verouderd.

Daarmee hadden Hendriks en haar team een heleboel informatie gekregen, maar nog geen totaalbeeld van hoe het doek eruit zag. En daar kwam precies de wiskunde bij kijken. Dit gedeelte werd uitgevoerd in samenwerking met de Amerikaanse kleurenwetenschapper Roy Berns. Hij gebruikte daarbij de Kubelka-Munk-methode, genoemd naar twee Duitse wetenschappers die in 1931 een eerste theoretisch model maakten voor de optica van verflagen - toevallig is hun werk net zo oud als die eerdere restauratie van *De slaapkamer*. Zij beschrijven met differentiaalvergelijkingen hoe verflagen van een bepaalde dikte licht verstrooien en absorberen. Oftewel: hoe een schilderij opgebouwd uit verschillende kleuren eruit ziet.



TOEKOMST

Verleden en toekomst

Zo ontstond de reconstructie van het schilderij zoals het eruitgezien moet hebben toen Van Gogh het schilderde. En toen waren de muren inderdaad niet blauw, maar bleek violet. Hendriks: “Van Gogh wordt vaak genoemd als schilder van blauw en geel, maar hij gebruikte eigenlijk vooral paars en geel. Daarom is deze reconstructie zo belangrijk voor kunsthistorici. Ik begrijp nu veel meer van waar Van Gogh naartoe wilde, dat had ik anders niet geweten.”

Overigens is bij de restauratie van het doek niet geprobeerd om de kleuren terug te brengen naar de oorspronkelijke staat. Hendriks: “Ik ga Van Goghs penseelstreken niet bedekken met mijn verf. Je wilt de authenticiteit van zijn werk zoveel mogelijk bewaren. Daarnaast blijft het voor een deel giswerk: we weten nooit honderd procent zeker hoe het precies was toen hij het

schilderde.” Het museum koos er daarom voor om de bezoekers in een digitale reconstructie te laten zien hoe de kleuren zijn veranderd in de loop der jaren.

Het voordeel van zo'n digitale reconstructie is dat je hem ook kunt doortrekken naar de toekomst. Wat gebeurt er als het schilderij elke dag een aantal uren te zien is op een bepaald lichtniveau? Langzaam wordt de vloer steeds koeler en de rode lijnen in het bed zullen helemaal verdwijnen. Hendriks maakte er een quiz van voor de directie van het museum: “Hoeveel schade willen we accepteren? En hoe lang mag het duren voor het doek er zo uit ziet? Als restauratoren wisten we al wat er gebeurde, maar nu kunnen we de schade zichtbaar maken. Die beelden maken veel meer indruk dan alleen woorden. Het museum laat de schilderijen nu zien op een nog lager lichtniveau, zodat de verkleuring wordt vertraagd.”

“In de toekomst wordt alles via internet bestuurd”

Ronald Prins (1969) is directeur van cyberbeveiligingsbedrijf Fox-IT. Hij studeerde Technische Wiskunde aan de TU Delft en heeft zich gespecialiseerd in de cryptografie, het versleutelen van informatie. Van 1994 tot 1999 werkte hij bij het Nederlands Forensisch Instituut waar hij voor de recherche vele cryptografische beveiligingen heeft gekraakt. In 1999 richtte hij samen met Menno van der Marel cyberbeveiligingsbedrijf Fox-IT op. Fox-IT heeft bijna tweehonderd werknemers en haalt een jaaronzet van zo'n vijftwintig miljoen euro.

Veiligheid is meer dan crypto

“Technisch gezien is digitale veiligheid is grotendeels gebaseerd op cryptografie en voor cryptografie is wiskunde absoluut onmisbaar. Maar met cryptografie alleen wordt de digitale wereld niet veiliger. Als gebruikers onveilig omgaan met veilige spullen is goede cryptografie voor niets geweest.

In de politiek wordt nog teveel gedacht dat digitale veiligheid een ingenieursprobleem is en dat technici nieuwe dingen moeten uitvinden. De winst valt echter vooral op het organisatorische vlak te halen. Je moet preventie ook goed inbedden in een organisatie. Detectie en respons helpen daarbij en hiervoor is samenwerking tussen wiskunde en management, tussen IT- en veiligheidsdiensten, hard nodig. Nu gaat circa negentig procent van het geld naar preventie, zoals firewalls, bewustwordingsprogramma's en versleuteling. Ik verwacht dat in de toekomst ongeveer driekwart van het geld naar detectie en respons zal gaan.

Naast preventie, detectie en respons wordt de wiskundige analyse van Big Data steeds belangrijker. Bij inlichtingendiensten zien we nu al een verandering van het James Bond-tijdperk van iemand fysiek volgen naar een tijdperk van informatieverzameling via het internet. De Amerikaanse NSA is de grootste werkgever van wiskundigen ter wereld. Daar werken zesduizend wiskundigen!

Tenslotte wordt het steeds belangrijker om digitale veiligheid in al zijn aspecten te meten. Ook daarbij kan de wiskunde helpen. Bedrijven willen via een benchmark weten hoe veilig hun systemen zijn. Daarvoor moet veiligheid meetbaar zijn, want dan kan een bedrijf erop sturen en investeringen gericht inzetten.”

Kwetsbaar internet

“Digitale veiligheid is complexer dan veel mensen denken. Een vliegtuig is ook complex, maar voor het overgrote deel is een vliegtuig een afgesloten systeem. Een simpele laptop is dat niet. Die staat via het internet in open verbinding met de rest van de digitale wereld. Daarnaast is er meestal allerlei software op

gedownload waarvan we niet precies weten wat het allemaal doet. Verder is een laptop gebaseerd op chips waarin geheime diensten misschien achterdeurtjes hebben ingebouwd waardoor ze toegang kunnen krijgen.

Bij Fox-IT roepen we wel eens een afschrikwekkend beeld op: geef onze hackers een week de tijd en in heel Nederland kan niemand meer pinnen. Gelukkig is zo iets in de praktijk nog niet gebeurd, maar ik weet wel dat Nederland een paar keer goed is weggekomen. We moeten onszelf niet in slaap sussen omdat het nog niet is gebeurd. In de toekomst wordt alles via internet bestuurd: niet alleen auto's, treinen en vliegtuigen, maar ook sluisen en vitale infrastructuur zoals het elektriciteitsnet. Dat is handig, maar het maakt een samenleving ook kwetsbaar.”

Cyberoorlog

“Op de ouderwetse manier van oorlogvoeren kon je nog wiskundige speltheorie toepassen. Maar het toepassen van speltheorie veronderstelt dat je een oorlog met een model kunt beschrijven. Helaas is bij een cyberoorlog zelden bekend wie de vijand is en wie met hem meevecht. Dit is een nachtmerrie voor politici. Politici denken nog in traditionele domeinen: land, lucht, water en de ruimte boven de aarde. Cyberspace is een vijfde domein. In cyberspace kan iedereen die dat wil meedoen aan een cyberoorlog. Nu nog heeft de traditionele krijgsmacht het voor het zeggen, maar straks zitten mensen met toetsenborden tegenover elkaar.”

Over dit boek

Dit boek is tot stand gekomen onder regie van het Platform Wiskunde Nederland (PWN), het landelijke loket voor alles wat met wiskunde te maken heeft. PWN behartigt de belangen van, en fungeert als spreekbuis voor, de gehele Nederlandse wiskunde. Daartoe heeft het commissies in het leven geroepen voor Onderzoek, Onderwijs, Innovatie, Publicaties en Publiciteit.

Voor verdere informatie over wiskunde en toepassingen hiervan zijn de volgende websites een goed beginpunt:

Platform Wiskunde Nederland

www.platformwiskunde.nl

Math4all, wiskunde voor de internetgeneratie

www.math4all.nl

Zoekmachine voor wiskunde en toepassingen

www.wiskunde-in-bedrijf.nl

Op de website van Platform Wiskunde Nederland zijn diverse lespakketten te vinden voor het voortgezet onderwijs naar aanleiding van dit boek. Voor de maatschappelijke en economische impact van wiskunde verwijzen we graag naar het rapport “Mathematical sciences and their value for the Dutch economy” (Deloitte, 2014), te downloaden van de PWN-website.

In andere Europese landen zijn soortgelijke boeken met toepassingen van wiskunde geproduceerd, waarbij ook dieper wordt ingegaan op de gebruikte wiskundige methoden. We verwijzen graag naar “European success stories in industrial mathematics”, “Mathematik, Motor der Wirtschaft” en “Transmath. Innovative solutions from mathematical technology” (allen gepubliceerd door Springer), en “Matheon – mathematics for key technologies” (gepubliceerd door de European Mathematical Society).

Dankwoord

PWN bedankt de auteurs, Ionica Smeets en Bennie Mols, voor hun prachtige bijdragen. Daarnaast is ook veel dank verschuldigd aan Ger Koole, Kees Oosterlee en Ton Langendorff voor het afnemen en uitwerken van de interviews. Dank ook aan de geïnterviewden die, ondanks hun drukke agenda's, tijd vrij hebben gemaakt voor het geven van hun visie op wiskunde. Dank ook aan de redactieraad, bestaande uit Ernst Wit, Ger Koole en Peter Hildering, met speciale dank aan laatstgenoemde vanwege zijn grote bijdrage aan de totstandkoming van het boek.

Speciale dank ook aan de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO), aan het Applied Mathematics Institute van de 3TU federatie (3TU.AMI), en het Centrum Wiskunde & Informatica (CWI) te Amsterdam, voor hun financiële bijdragen, waardoor dit boekje tot stand kon komen en ook wijd kan worden verspreid.

Colofon

Teksten

Bennie Mols, wetenschapsjournalist,
pag. 12, 14, 20, 28, 34, 38, 40, 46, 52, 58,
65, 72, 74, 77, 86, 88, 94, 98
www.benniemols.blogspot.com

Ionica Smeets, wetenschapsjournalist,
pag. 10, 16, 18, 23, 31, 36, 44, 49, 50, 61,
63, 70, 76, 82, 84, 92, 96, 101
www.ionica.nl

Ton Langendorff, **Ger Koole**, **Kees Oosterlee**
pag. 6, 26, 42, 54, 68, 80, 90, 104

in opdracht van
Platform Wiskunde Nederland
www.platformwiskunde.nl

Hoofdreductie

Wil Schilders (Platform Wiskunde Nederland)

Eindreductie

Peter Hilderling (Centrum Wiskunde & Informatica)

Redactie

Ger Koole (Vrije Universiteit)
Ton Langendorff (TU Eindhoven)
Kees Oosterlee (Centrum Wiskunde & Informatica)

Redactieraad

Peter Hilderling (Centrum Wiskunde & Informatica)
Ger Koole (Vrije Universiteit)
Ernst Wit (Rijksuniversiteit Groningen)

Vormgeving

WAT ontwerpers, Utrecht
www.watontwerpers.nl

Afbeeldingen

Foto Ionica Smeets achterzijde: Stefan Witte
Foto Bennie Mols achterzijde: Bert Nienhuis
www.shutterstock.com

Succes- formules

Toepassingen van wiskunde

De bekende Nederlandse wiskundige Lex Schrijver zei eens: “Wiskunde is als zuurstof. Als het er is, merk je het niet. Als het er niet zou zijn, merk je dat je niet zonder kunt.” Dit boek is bedoeld om een klein beetje van de wiskunde die we dagelijks inademen zichtbaar te maken. Dan blijkt wiskunde aanwezig in sport, medicijnen en het weerbericht, in de ov-chipkaart, het oplossen van moordzaken en het vinden van de nooduitgang. Acht invloedrijke Nederlanders vertellen daarnaast over de rol van wiskunde in hun vak en persoonlijke leven.

Dit boek is geschreven in opdracht van het Platform Wiskunde Nederland (PWN)
www.platformwiskunde.nl



Bennie Mols (1969) is freelance wetenschapsjournalist, auteur en spreker. Hij is gepromoveerd natuurkundige en afgestudeerd filosoof. Hij schrijft populair-wetenschappelijke artikelen en boeken en spreekt wekelijks over wetenschap bij de publieke omroep (*De Kennis van Nu* (NTR) en diverse Radio 1-programma's).



Ionica Smeets (1979) promoveerde in de wiskunde en is freelance wetenschapsjournalist. Ze maakt columns voor onder andere de Volkskrant en New Scientist en presenteerde diverse populair-wetenschappelijke televisieprogramma's. Verder geeft ze zeer veel lezingen. Meestal over wiskunde, want iemand moet het doen.