

Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra
Matemática II
Engenharias Química e de Materiais

1ª frequência

31/03/2004

1- Calcule as seguintes primitivas:

a) $\int \frac{e^{3x} + 3^{2x} + 6}{e^{3x} + 3e^x} dx;$ b) $\int \left(x \ln x + \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x \ln x}\right) dx.$

2- Diga, justificando, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

a) Se f é descontínua num ponto $c \in]a, b[$, então f não é integrável em $[a, b]$.

b) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\operatorname{sen} x}{\sqrt{1-x^2}} dx < \frac{\pi}{6}.$

c) Se f é integrável em $[a, b]$ e $\int_a^b f(t) dt = 0$, então $f(x) = 0$ para todo o $x \in [a, b]$.

3- Seja g uma função definida por

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^x \frac{1 - \cos t}{t^2} dt & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}.$$

a) Determine $g'(x)$ para $x \neq 0$.

b) Mostre que g é diferenciável para $x = 0$.

c) Comente a seguinte afirmação “ g é uma função estritamente crescente em \mathbb{R} “.

4- Considere a região plana limitada pelas curvas $y = x + 1$ e $y = (x - 1)^2$. Calcule:

a) a respectiva área.

b) o comprimento da curva que limita essa região.

c) o volume do sólido gerado pela rotação em torno do eixo dos xx da região anteriormente definida.