

Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra
Matemática II
Engenharias Química e de Materiais

2ª frequência

11/06/2004

1- Estude a natureza das seguintes séries:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$; b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{3n+4}{5n+4}$.

2- Diga, justificando, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações.

- a) Se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, então a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é convergente.
- b) Uma bola de borracha largada de uma altura de h metros ao atingir o solo ressalta e atinge uma altura igual a $h/2$ metros. Se a bola é largada de uma altura de 10 metros, a distância total percorrida pela bola é igual a 30 metros.
- c) A função $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ verifica a equação de Laplace $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

3- Desenvolva em série de potências de x a função

$$f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$$

e determine o raio de convergência da série obtida.

4- Seja f uma função real definida em \mathbb{R}^2 por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^3 + y^3}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- a) Determine o domínio de continuidade de f .
- b) Determine f_x e f_y , para $(x, y) \neq (0, 0)$.
- c) Usando a alínea anterior, determine a derivada direccional $D_u f(1, 1)$, em que $u = (2, 0)$.

5- A pressão P , o volume V e a temperatura T de um gás ideal estão relacionados pela equação $PV = 8.31T$, onde P é medida em quilopascal, V em litros e T em kelvin. Utilize diferenciais para determinar uma aproximação para a variação da pressão quando o volume aumenta de 10 litros para 10.3 litros e a temperatura diminui de 300 kelvin para 295 kelvin.