

DATA DE ENTREGA: 10 DE OUTUBRO DE 2002

1. Prove que as seguintes funções são normas em \mathbb{R}^n .

(a) Norma l_1 : $\forall x \in \mathbb{R}^n$,

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|.$$

(b) Norma l_2 ou norma euclidiana: $\forall x \in \mathbb{R}^n$,

$$\|x\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{1/2}.$$

2. Prove que as seguintes funções são normas em $C[a, b]$.

(a) Norma L_2 : $\forall f \in C[a, b]$,

$$\|f\|_2 = \left(\int_a^b |f(x)|^2 \right)^{1/2}.$$

(b) Norma de Chebyshev: $\forall f \in C[a, b]$,

$$\|f\|_\infty = \max_{x \in [a, b]} |f(x)|.$$

3. Considere o sistema

$$\begin{cases} 3x - \cos(yz) - 0.5 & = 0, \\ x^2 - 81(y + 0.1)^2 + \sin z + 1.06 & = 0, \\ e^{-xy} + 20z + \frac{10\pi - 3}{3} & = 0, \end{cases}$$

com $-1 \leq x, y, z \leq 1$. Usando

- (a) o método de Newton e
- (b) o método de Newton discretizado,

determine uma aproximação para uma solução do sistema com um erro absoluto inferior a 10^{-4} , comparando os resultados.

Elabore um programa, recorrendo à linguagem de programação que preferir, para resolver o problema.