1. Atendendo a que, para duas variáveis X e Y, são conhecidas as seguintes amostras

X	1.00	1.12	1.01	1.25	1.10
Y	3.00	3.36	3.03	3.75	3.20

,

determine

   (a) o coeficiente de correlação e comente o resultado obtido;

   (b) a matriz cofactor.

2. A tabela seguinte regista os valores de 15 observações de dois ângulos:

Nº da observação	Valor de α	Valor de β
1	$20^o\,05'\,17.9''$	$16^o\,42'\,29.8''$
2	17.0"	29.9"
3	19.1"	30.1"
4	17.1"	31.3"
5	17.7"	31.3"
6	16.8"	30.9"
7	17.6"	30.7"
8	16.4"	29.5"
9	17.6"	30.2"
10	16.4"	31.2"
11	17.5"	30.2"
12	18.4"	30.2"
13	17.6"	30.6"
14	16.6"	29.1"
15	18.2"	30.3"

.

Determine:

   (a) a variância e o desvio padrão das amostras;

   (b) a covariância da amostra e uma estimativa para o coeficiente de correlação entre as v.a. a que as amostras dizem respeito;

   (c) a matriz de covariância e a matriz peso.

3. Considere duas variáveis aleatórias X e Y que representam comprimentos e para as quais se conhecem a seguintes amostras (em metros):

X	2.15	2.21	1.95	2.10	2.15	2.1	2.14	1.89
Y	5.12	4.89	5.01	5.15	5.15	5.18	5.17	5.16

.

   (a) Determine a matriz de covariâncias das variáveis X e Y.

   (b) Determine o coeficiente de correlação.

   (c) Calcule a matriz cofactor.

4. Sejam X e Y duas variáveis aleatórias. Seja

$$Z = X - aX + Y - bY,$$

em que a e b são constantes.

   (a) Determine o valor mais provável de Z.

   (b) Suponha que foram obtidas independentemente as seguintes amostras:

X	10.01	9.97	9.98	9.96	10.01	10.02	9.96
Y	20.02	19.97	19.96	19.96	20.02	20.02	19.98

   Determine uma estimativa para $E(Z)$ e para σ_Z^2.

5. Para determinar a área de um terreno rectangular, e o respectivo desvio padrão, mediu-se o comprimento e a largura do terreno tendo-se obtido:

   - comprimento = 100 m, desvio padrão = 0.50 m;
   - largura = 40 m, desvio padrão = 0.30 m.

   Determine uma estimativa para as quantidades pretendidas considerando que o comprimento e a largura do terreno estão não correlacionados.

6. Mediram-se independentemente três distâncias adjacentes ao longo da mesma linha, tendo-se obtido os resultados:

   - $x_1 = 51.00$ m, $\sigma_1 = 0.05$ m;
   - $x_2 = 36.50$ m, $\sigma_2 = 0.04$ m;
   - $x_3 = 26.75$ m, $\sigma_3 = 0.03$ m.

   Calcule uma estimativa para a distância total e o seu desvio padrão.

7. Considere um triângulo de lados a, b e c e seja α o ângulo formado por a e b. Suponha que se mediram os comprimentos destes dois últimos lados (em centímetros) e a amplitude de α tendo-se obtido os valores:

a	7.55	7.56	7.49	7.48	7.57	7.50
b	8.00	8.01	7.99	7.98	7.98	8.02
α	30^o	30.01^o	29.99^o	29.98^o	30^o	29.97^o

   Supondo que as observações são independentes determine uma estimativa para o valor mais provável do comprimento do lado c e uma estimativa para o desvio padrão para este valor (teorema de Carnot: $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}$).

8. Suponha que se mediram três ângulos α_1, α_2 e α_3 e que os desvios padrão são, repectivamente, 2”, 3” e 5”. Determine a matriz de covariância dos ângulos $\beta_1 = \alpha_2 - \alpha_1$ e $\beta_2 = \alpha_3 - \alpha_2$.

9. Para determinar o comprimento de uma linha poligonal mediram-se independentemente os seus três segmentos tendo-se obtido os seguinte resultados (em metros):

x_i	1.00	1.12	1.01	1.25	1.10
y_i	3.00	3.36	3.03	3.75	3.50
z_i	4.00	4.36	4.03	4.75	4.50

   Determine uma estimativa para o comprimento da linha poligonal e para o seu desvio padrão.