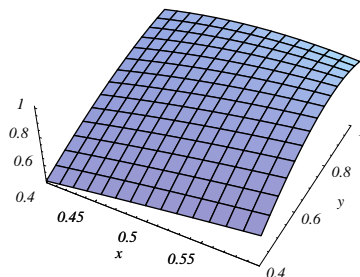


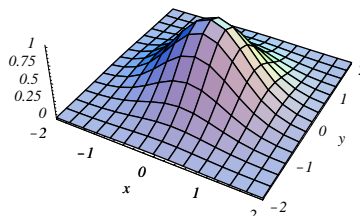
1. Considere a função  $f(x, y) = \sin\left(\frac{\pi^2}{180}xy\right)$ , com  $(x, y) \in [0.4, 0.6] \times [0.4, 1]$ , cujo gráfico é dado na figura seguinte.



A tabela seguinte tem os valores da função anterior nos pontos  $(x, y)$  da rede rectangular  $\{0.4, 0.5, 0.6\} \times \{0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ :

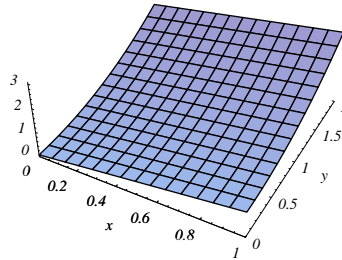
$x_i$	$y_i$	0.4	0.6	0.8	1
0.4		0.00877	0.01390	0.01754	0.02193
0.5		0.01096	0.01644	0.02193	0.02741
0.6		0.01315	0.01973	0.02631	0.03289

- (a) Construa o polinómio interpolador de Lagrange de  $f$  nos pontos da rede.  
(b) Determine um valor aproximado para  $f(0.5, 0.7)$  e compare o resultado obtido com o valor exacto.  
(c) Utilize o polinómio interpolador de Lagrange para calcular uma aproximação para o integral da função  $f$  no rectângulo  $[0.4, 0.6] \times [0.4, 1]$ . Compare, se possível, o resultado obtido com o valor exacto.
2. Considere a função  $f(x, y) = \exp(-(x^2 + y^2))$ , com  $(x, y) \in [-2, 2] \times [-2, 2]$ , cujo gráfico é dado na figura seguinte.



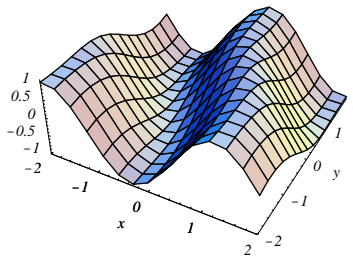
Considere o rectângulo  $R = [0, 0.1] \times [0, 0.2]$ . Em cada um dos intervalos  $[0, 0.1]$  e  $[0, 0.2]$  defina as partições de pontos igualmente distanciados e de espaçamentos, respectivamente,  $h = 0.05$  e  $k = 0.04$ . Utilizando a rede rectangular induzida em  $R$  pelas partições anteriores determine:

- (a) o polinómio interpolador de Lagrange para  $f$ ;
  - (b) uma aproximação para  $f(0.015, 0.013)$  e compare o valor obtido com o valor exacto;
  - (c) uma estimativa para o erro que se comete ao aproximar  $f$  pelo seu polinómio interpolador de Lagrange no rectângulo considerado.
3. Determine o polinómio de Lagrange de grau 1 em  $x$  e de grau 2 em  $y$  interpolador da função  $f(x, y) = x + y^2/2$ , com  $(x, y) \in [0, 1] \times [0, 2]$ , cujo gráfico é dado na figura seguinte.



Determine uma estimativa para o erro que se comete ao aproximar  $f$  pelo polinómio anterior.

4. Considere o rectângulo  $R = [0, 1] \times [0, 2]$  e a rede nele induzida pela partição em  $[0, 1]$  de espaçamento uniforme igual a  $h = 0.25$  e em  $[0, 2]$  de espaçamento uniforme igual a  $k = 0.5$ . Sendo  $f$  a função que nos pontos da partição assume os valores  $f(x_i, y_j) = (i - j)/(i + j + 1)$ , determine o seu polinómio interpolador de Lagrange.
5. Seja  $f(x, y) = \sin(2x + \sin y)$ , com  $(x, y) \in [-2, 2] \times [-2, 2]$ , cujo gráfico é dado na figura seguinte.



Considere o rectângulo  $[0, 0.5] \times [0.4, 1]$  e nele a rede rectangular induzida pelas partições uniformes de espaçamentos  $h = 0.125$  em  $x$  e  $k = 0.2$  em  $y$ .

- (a) Construa o polinómio interpolador de Lagrange de grau 4 em  $x$  e de grau 3 em  $y$ .
- (b) Construa o polinómio interpolador de Lagrange segmentado linear em  $x$  e em  $y$ .
- (c) Calcule o polinómio interpolador de Lagrange segmentado quadrático em  $x$  e cúbico em  $y$ .
- (d) Determine uma aproximação para  $f(0.3, 0.7)$  considerando os polinómios construídos nas alíneas anteriores. Compare os resultados obtidos sabendo que  $f(0.3, 0.7) = 0.947145$ .
- (e) Considere o rectângulo  $[0.125, 0.25] \times [0.6, 0.8]$ . Determine uma aproximação para o integral de  $f$  no rectângulo anterior considerando os polinómios determinados nas alíneas anteriores. Compare os resultados obtidos sabendo que o integral de  $f$  em  $[0.125, 0.25] \times [0.6, 0.8]$  é  $0.0212024$ .