1. Seja X uma v.a. que toma os valores $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9\}$ e tal que $P(X = x_i) = \frac{i}{40}$, $i = 1, 2, 3, 4$, e $P(X = x_i) = \frac{i-1}{40}$, $i = 5, 6, 7, 8, 9$.

   (a) Determine as funções de probabilidade e de repartição da v.a. e esboce os seus gráficos.

   (b) Calcule $P(X \leq x_4)$ e $P(X > x_4)$.

2. Um determinado estabelecimento comercial tem capacidade de vender entre zero e quatro teodolitos num mês. Seja X a v.a. que indica o número de teodolitos vendidos num mês e

k	0	1	2	3	4
$P(X = k)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$

   (a) Determine a função de distribuição da v.a. X.

   (b) Qual probabilidade do estabelecimento vender entre 1 e 3 teodolitos num mês?

3. (a) Determine k de modo que a função f seja uma função densidade, com

$$f(x) = \begin{cases} k(-x^2 + 5x - 4), & x \in [1, 4], \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   (b) Seja X a v.a. que tem por função densidade a função f com o valor de k encontrado na alínea anterior. Determine a sua função de distribuição e calcule $P(X \leq 2)$, $P(X > 2)$ e $P(1 < X \leq 2)$.

4. Considere a v.a. X e admita que a sua função de distribuição é $F(x) = \begin{cases} [2 + (x-1)^2]^{-1}, & x < 1, \\ 1 - [3 + (x-1)]^{-1}, & x \geq 1. \end{cases}$

   (a) Esboce o gráfico de F.

   (b) Calcule $P(X = 1)$, $P(0.5 < X < 1)$, $P(-1 < X \leq 1)$, $P(0 \leq X < 2)$ e $P(1 \leq X \leq 2)$.

5. A duração, em milhares de horas, da componente de um tipo de radar, é uma v.a. X com função densidade f tal que $f(x) = 0.1e^{-0.1x}$, se $x > 0$, e $f(x) = 0$, caso contrário. Pretende-se determinar a probabilidade para que uma componente escolhida ao acaso: dure menos de 4×10^3 horas; dure entre 5×10^3 e 10×10^3 horas; dure mais de 15×10^3 horas.

6. Seja X uma v.a. com função de distribuição F_x e consideremos uma função g, real de variável real. Admita-se que $Y = g(X)$, que assume o valor $y = g(y)$ quando $X = x$, é também uma v.a.. Determine a função de distribuição F_y da v.a. Y sendo a função g dada por:

   (a) $g(x) = ax + b, \quad a, b \in \mathbb{R}$; (b) $g(x) = x^2$.

7. Seja X uma v.a. discreta com função de probabilidade f_x e consideremos uma função g, real de variável real. Admita-se que $Y = g(X)$, que assume o valor $y = g(y)$ quando $X = x$, é também uma v.a. discreta. Determine a função de probabilidade f_y da v.a. Y sendo:

   (a)

x_i	-2	-1	0	1	2	outro x
$f_x(x_i)$	$1/15$	$1/4$	$1/6$	$1/10$	$17/60$	0

   e $g(x) = x^3 + 3x^2 + 2x$;

   (b) $f_x(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{-k}k^x}{x!}, & k \in \mathbb{R}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots, \\ 0, & \text{outro } x \end{cases}$ e $g(x) = x^2 + 3$.

8. Determine, caso exista, o valor esperado da v.a. X que:

   (a) representa o número de pontos obtidos por um dado regular;

   (b) assume os valores $x_i = (-1)^i 2^i / i$, $i = 1, 2, \ldots$, com função de probabilidade $f(x_i) = 1/2^i$, $i = 1, 2, \ldots$.

9. Seja X a v.a. com função densidade f tal que $f(x) = 2/x^3$, se $x > 1$, e $f(x) = 0$, caso contrário. Determine, se possível, os seus momentos de primeira e segunda ordem.

10. Seja (X, Y) uma v.a. cuja função de probabilidade é dada na tabela

x \ y	2	4
1	0.2	0.3
2	0.1	0.1
3	0.2	0.1

.

   (a) Determine a função de distribuição da v.a. (X, Y).

   (b) Calcule $P(X \leq 3, Y \leq 4)$, $P(X \leq 3,\, 2 < Y \leq 4)$ e $P(1 < X \leq 3,\, 2 < Y \leq 4)$.

11. Seja (X, Y) uma v.a. que tem por função densidade

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & (x,y) \in]0, +\infty[\times]0, +\infty[, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

   (a) Determine a função de distribuição da v.a. (X, Y).

   (b) Calcule $P(X \leq 3, Y \leq 4)$, $P(X \leq 3, 2 < Y \leq 4)$ e $P(1 < X \leq 3, 2 < Y \leq 4)$.

12. Seja (X, Y) uma v.a. cuja função de probabilidade é dada na tabela

x \ y	0	1
0	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{15}$
1	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{15}$

.

   (a) Determine a função de probabilidade das distribuições marginais de X e Y.

   (b) Determine a função de distribuição marginal de X e Y.

13. Vai ser atribuído a uma família, através de um sorteio, um apartamento num edifício com três andares, havendo dois tipos de apartamentos em cada andar (tipo A e B). Pretendendo o dono do edifício que a referida família fique, de preferência, com um no primeiro andar e do tipo A, viciou o sorteio de modo que a função probabilidade fosse a seguinte:

	1º andar	2º andar	3º andar
apartamento do tipo A	$\frac{20}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$
apartamento do tipo B	$\frac{6}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$

.

   (a) Determine as distribuições marginais das variáveis em questão.

   (b) Qual é a probabilidade de sair um apartamento do tipo A? E qual é a probabilidade de sair o primeiro andar?

   (c) Diga se as variáveis são dependentes ou independentes.

14. Considere a v.a. (X, Y) que tem por função densidade $f(x,y) = \begin{cases} x + y, & (x,y) \in]0,1[\times]0,1[, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

   (a) Determine a esperança do vector aleatório (X, Y).

   (b) Determine $E(X)$, $E(X^2)$, σ_X^2 e $\sigma_{X,Y}$.

   (c) Diga se v.a. X e Y são ou não independentes.